

Distribuição Gratuita



República Democrática de
São Tomé e Príncipe



Manual do Aluno – 5.^a Classe

MATEMÁTICA

Cooperação entre o Ministério da Educação e Cultura e Fundação Calouste Gulbenkian

Concepção e Elaboração:	Escola Superior de Educação Instituto Politécnico de Santarém
Coordenação do Projecto	Maria João Cardona
Língua Portuguesa	Ana Fonseca Isabel Rondoni
Matemática	Maria José Pagarete
Ciências Naturais e Sociais	Fernando Costa George Camacho Pedro Reis
Educação Visual	Jean Campiche Teresa Cavalheiro
Educação Musical	Margarida Togtema
Educação Física	António Mesquita Guimarães
Desenvolvimento Curricular	Ramiro Marques

Colaboração das equipas técnicas

Gabinete de Planeamento e Inovação Educativa
Direcção do Ensino Básico
Escola de Formação de Professores e Educadores
Inspecção da Educação



PORTO EDITORA
Rua da Restauração, 365
4099-023 PORTO — PORTUGAL
Telefone: (351) 22 608 83 00
Fax: (351) 22 608 83 01
E-mail: depinternacional@portoeditora.pt

Capa

Porto Editora

Ilustrações

Teresa Cavalheiro
José Manuel Soares
Jean Campiche

Grafismo

Jean Campiche

© Ministério da Educação e Cultura
da República Democrática de São Tomé e Príncipe

Concepção e Impressão no âmbito do Projecto de Iniciativa Acelerada de Educação para Todos (*FAST-TRACK*)
com financiamento da Associação Internacional para o Desenvolvimento (IDA) do Banco Mundial



Manual do Aluno – 5.^a Classe

MATEMÁTICA

Unidade 1 Sólidos Geométrico	3	4.11. Critérios de divisibilidade por 5 e por 10	85
1.1. Poliedros – construção e classificação	4	4.12. Divisão de um número por 10, 100, 1000,	87
1.2. Polígonos – representação e classificação	5	4.13. Multiplicação de um número por 0,1; 0,01; 0,001;	89
1.3. Prisma e pirâmide – planificação e perspectiva	8	4.14. Divisão de um número por 0,1; 0,01; 0,001;	90
1.4. Prisma e pirâmide – estudo dos seus elementos	10	4.15. Expressões numéricas	92
Unidade 2 Números Inteiros e Números Decimais	15	4.16. Problemas traduzidos por expressões numéricas	93
2.1. Comparação de números inteiros	18	4.17. Resolução de expressões numéricas	95
2.2. Comparação de números decimais	20	Unidade 5 Estatística	97
2.3. Representação fonética	21	5.1. Organização e interpretação de dados	98
2.4. Decomposição de um número utilizando potências de 10	25	5.2. Frequência absoluta	99
2.5. Estimativa de um resultado	27	5.3. Interpretação de tabelas e gráficos	100
2.6. Perímetro de uma superfície plana	29	5.4. Construção de gráficos	103
2.7. Adição e suas propriedades	33	Unidade 6 Número Racionais	106
2.8. Propriedades comutativa e associativa da adição	34	6.1. Noção de número racional	107
2.9. Propriedade da existência do elemento neutro	35	6.2. Números racionais	109
2.10. Operação inversa da adição	35	6.3. Frações equivalentes	110
2.11. Subtração e suas propriedades	36	6.4. Frações decimais	113
2.12. Propriedade da invariância do resto	39	6.5. Frações que se podem transformar em frações decimais	114
2.13. Expressões numéricas	41	6.6. Comparação de números racionais	116
2.14. Tradução de um problema por uma expressão numérica	41	6.7. Como comparar números representados por frações	117
Unidade 3 Áreas	46	6.8. Os números racionais como parte de uma unidade	120
3.1. Noção de área	47	6.9. Os números racionais como medida de uma grandeza	121
3.2. Figuras geometricamente iguais e superfícies equivalentes	48	6.10. Adição e subtração de números racionais	122
3.3. Áreas por enquadramento	49	6.11. Como adicionar números decimais	124
3.4. Áreas por decomposição	51	6.12. Como adicionar números fraccionários	124
3.5. Unidades de área: unidades do sistema métrico e unidades agrárias	54	6.13. Como adicionar ou subtrair um número inteiro com um número fraccionário	125
3.6. Perímetros e áreas de rectângulos	55	Unidade 7 Ângulos e Triângulos	127
3.7. Multiplicação e suas propriedades	59	7.1. Rectas e ângulos	128
3.8. Operação Inversa da multiplicação	60	7.2. Recta, semi-recta e segmento de recta	129
3.9. Propriedade comutativa	60	7.3. Rectas concorrentes	130
3.10. Propriedade da existência de elemento neutro	61	7.4. Rectas perpendiculares	131
3.11. Propriedade da existência do elemento absorvente	61	7.5. Rectas paralelas	131
3.12. Propriedade associativa	61	7.6. Ângulos	132
3.13. Propriedade distributiva	62	7.7. Unidade de medida de amplitude	133
3.14. Aplicações da propriedade distributiva no cálculo	63	7.8. Medição da amplitude de ângulos	134
3.15. Potenciação	64	7.9. Construção de ângulos	134
3.16. Investiga	65	7.10. Classificação de ângulos	135
3.17. Multiplicação por 10, 100, 1000,	67	7.11. Classificação de triângulos quanto aos ângulos	138
Unidade 4 Divisão	72	7.12. Classificação de triângulos quanto aos lados	138
4.1. Divisão com números inteiros	73	Unidade 8 Volumes	142
4.2. Divisão – operação inversa da multiplicação	74	8.1. Noção de volume	143
4.3. Múltiplos de um número	75	8.2. Poliedros equivalentes	143
4.4. Divisores de um número	76	8.3. Medida de volume	144
4.5. Números primos	77	8.4. Volume do paralelepípedo, do prisma quadrangular e do cubo	146
4.6. Propriedade da invariância do quociente	78	8.5. Volume do prisma quadrangular	148
4.7. Divisão com resto	80	8.6. Volume do cubo	148
4.8. Propriedade fundamental da divisão	81	8.7. Unidades de volume e unidades de capacidade	149
4.9. Valor aproximado de um quociente: dízimas	81		
4.10. Critérios de divisibilidade por 2 e por 3	83		

UNIDADE

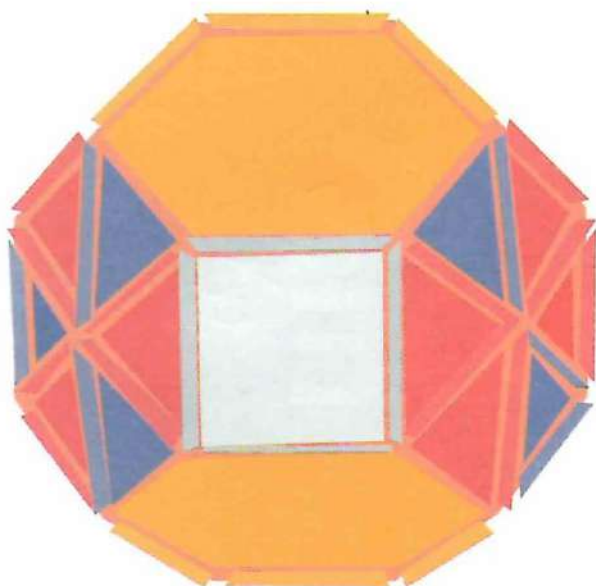
1

Sólidos Geométricos

1. SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

1.1. Poliedros – construção e classificação

Vamos começar por realizar uma actividade para relembrar alguns conceitos que iremos aprofundar nesta unidade.



Actividade

O professor irá representar várias figuras planas no quadro.

Pensa numa construção que queiras fazer com algumas dessas figuras.

Copia para uma folha branca as que precisares.

Em cartolina (resistente) reproduz cada uma delas e recorta-as de forma a poderes fazer a tua construção. Com a ajuda de elásticos (como mostra a figura) une as faces e constrói o teu projecto.

Informação

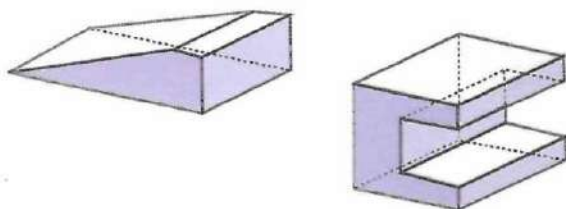
A partir de figuras planas (com 2 dimensões) construístes um modelo de sólido geométrico (com 3 dimensões).

Como te deves recordar, já falámos de poliedros em anos anteriores.

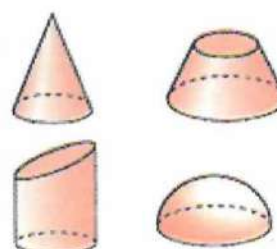
O modelo de sólido geométrico que acabaste de construir é um **poliedro**, porque as arestas são segmentos de rectas. Mas há sólidos geométricos que não têm estas características e designam-se por **não-poliedros**.

Apresentamos alguns exemplos:

Poliedros

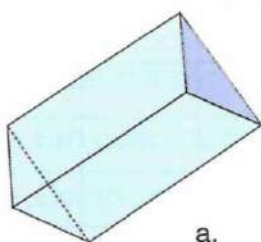


Não-poliedros

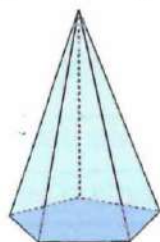


Exercícios

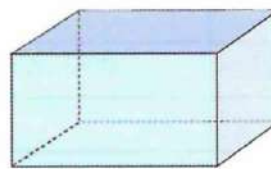
1. Observa as seguintes representações de sólidos geométricos.



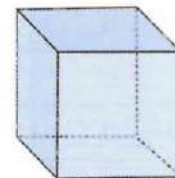
a.



b.



c.



d.

Copia o quadro para o teu caderno e completa-o.

	N.º de rectângulos	N.º de quadrados	N.º de triângulos
a			
b			
c			
d			

Quais são os nomes dos sólidos acima representados por a, b, c e d?

2. Observa outra vez as representações dos sólidos geométricos do exercício anterior. Copia o quadro seguinte para o teu caderno e completa-o:

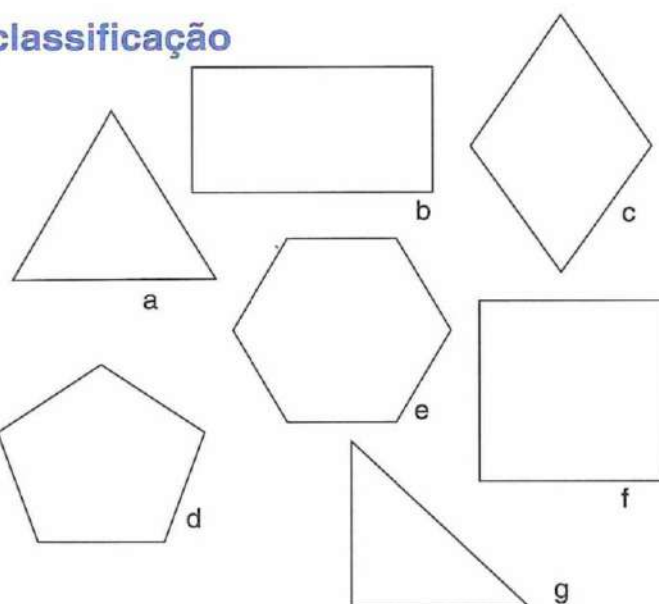
	N.º de faces	N.º de vértices	N.º de arestas
a			
b			
c			
d			

3. Quais são os sólidos geométricos, dos que conheces, que são **não-poliedros**?

1.2. Polígonos – representação e classificação

Actividade

Aqui está representado um conjunto de figuras geométricas planas, cujos lados são segmentos de rectas. Designam-se por **polígonos**. Há polígonos regulares e polígonos irregulares.

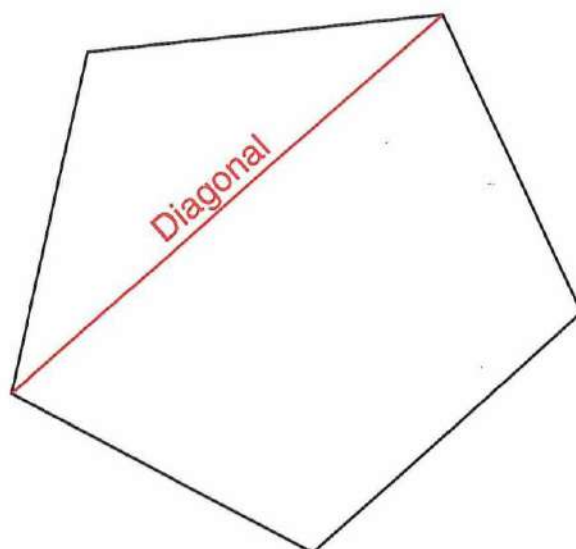


Copia o quadro para o teu caderno e completa-o.

Polígono	N.º de lados	N.º de vértices	Nome	É regular	
				Sim	Não
a					
b					
c					
d					
e					
f					
g					

Informação

- Chama-se **polígono** a uma figura plana em que a linha que a limita é formada por segmentos de rectas.
- Há **polígonos regulares** e **polígonos irregulares**.
Os **polígonos regulares** têm todos os lados e todos os ângulos iguais.
Os **polígonos irregulares** são todos os outros.
- O nome que se dá a um polígono depende do número dos seus lados. Os nomes dos polígonos dos 3 aos 10 lados são: **trilátero (triângulo)**, **quadrilátero**, **pentágono**, **hexágono**, **heptágono**, **octógono**, **eneágono** e **decaágono**.
- Cada segmento de recta que une dois vértices não consecutivos de um polígono chama-se **diagonal** desse polígono.



Exercícios

Desenha, no teu caderno, um pentágono irregular. Traça todas as suas diagonais e responde:

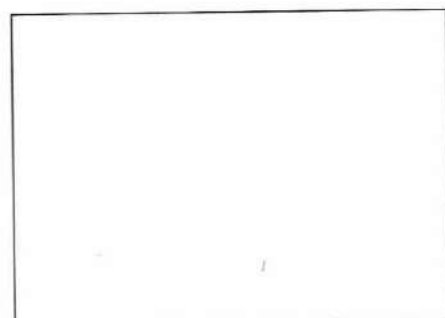
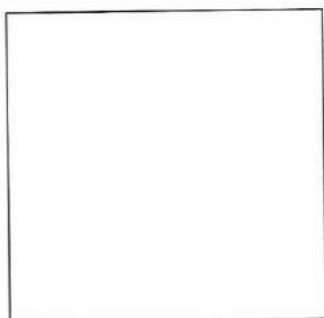
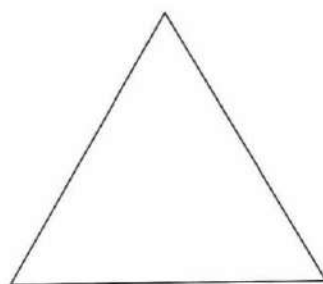
- Quantas são as diagonais?
- Em quantos polígonos ficou dividido o pentágono?
- Como se designam esses polígonos?

Tarefa de Investigação

O modelo de um cubo, sólido que conheces bem, pode construir-se a partir de 11 planificações diferentes. Descobre-as com os teus colegas.

Investiga

- Em baixo, estão representados vários polígonos.
- Copia para uma folha branca aquele que corresponde ao desenho das faces de um cubo.
- Reproduz essa figura tantas vezes quantas as necessárias para construíres um cubo.
- Que outros sólidos geométricos poderás construir com os outros polígonos aqui representados?



Informação

Planificação de um cubo é a figura que se obtém “abrindo” esse cubo até ficar plano.

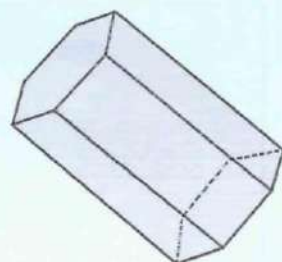
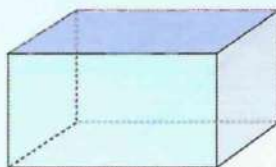
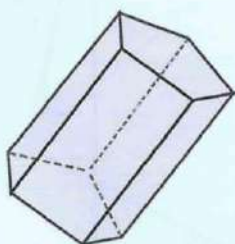
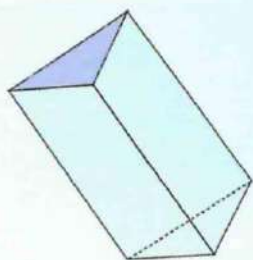
- Tira os elásticos necessários para abrires e estenderes o cubo em cima da tua mesa (não pode ficar nenhuma face solta).
- Desenha no teu caderno a figura que obtiveste.
- Fecha o cubo e volta a abri-lo, tirando outros elásticos.
- Desenha a figura que obtiveste.
- Procede do mesmo modo tantas vezes quantas as necessárias, e desenha as figuras obtidas.
- Deverás encontrar 11 planificações diferentes.

1.3. Prisma e pirâmide – planificação e perspectiva

Informação

Prisma

- O **prisma** é um poliedro formado por dois polígonos quaisquer (**bases**) e tantos rectângulos quanto o número de lados do polígono da base (faces laterais).
- Os **rectângulos** formam a **superfície lateral** do poliedro.
- O **nome** do prisma depende da **forma da base** (exemplo: prisma triangular, quadrangular, pentagonal, ...).
- O prisma quadrangular tem 6 faces (2 bases e 4 faces laterais), 12 arestas e 8 vértices.
- O **cubo** é um **prisma quadrangular** em que as faces laterais são quadrados.

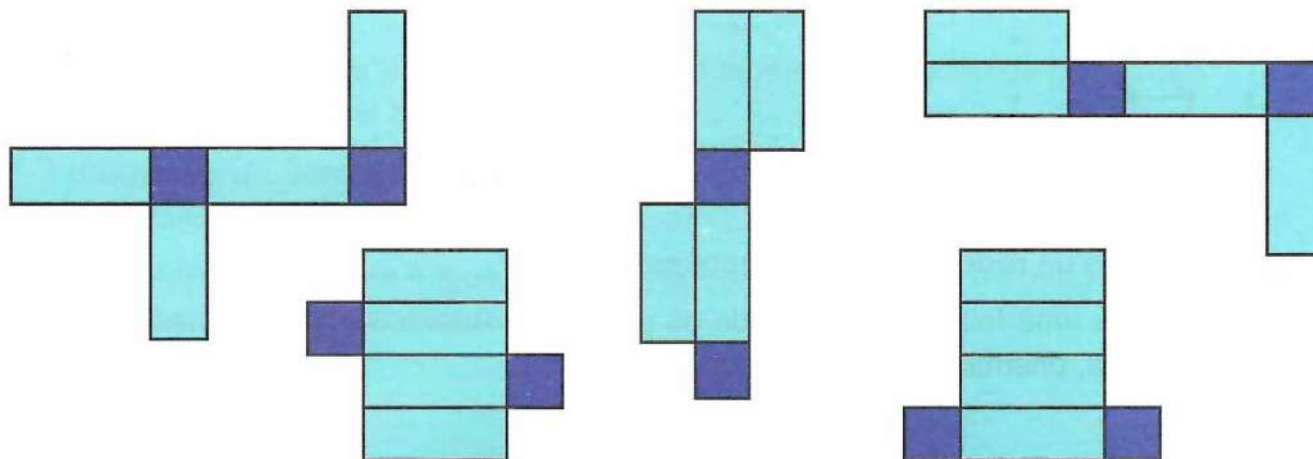


Planificações do prisma quadrangular

Para construir um prisma quadrangular precisamos de 2 quadrados, 4 retângulos e 12 elásticos.

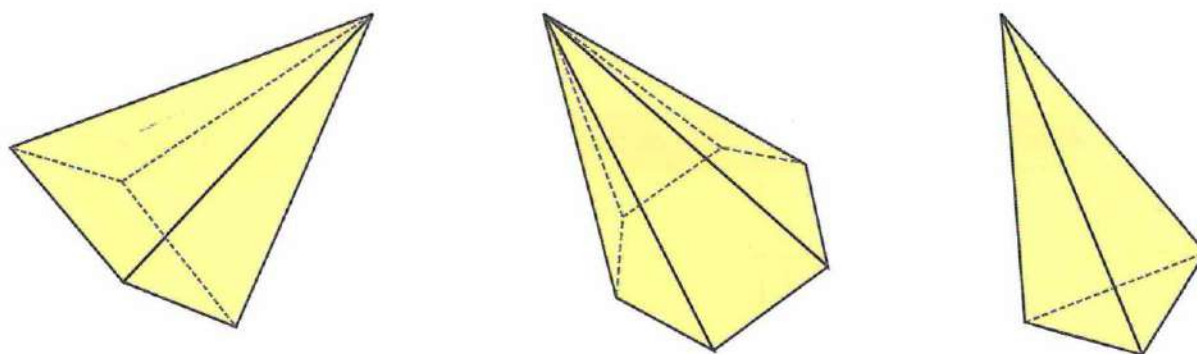
Se abirmos o prisma quadrangular várias vezes, sempre de forma diferente, obtemos planificações diferentes.

Exemplos de algumas dessas **planificações**:



Pirâmide

- A **pirâmide** é um poliedro formado por um polígono qualquer (**base**) e tantos triângulos quanto o número de lados do polígono da base (**faces laterais**).
- Os **triângulos** formam a **superfície lateral**.
- O **nome** da pirâmide depende da **forma da base** (exemplo: pirâmide quadrangular, pentagonal, ...).
- A **pirâmide quadrangular** tem 5 faces (1 base e 4 faces laterais), 8 arestas e 5 vértices.



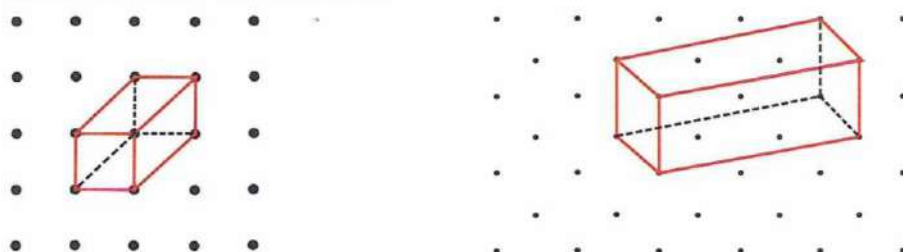
Planificações de pirâmides

Observe exemplos de algumas planificações de pirâmides:



Perspectiva

- Há várias formas de representar um poliedro. Uma delas já utilizaste várias vezes – é a planificação.
- Outra forma de os representar é em **perspectiva**. É difícil representar um poliedro em perspectiva, mas com a ajuda de uma rede de pontos é relativamente fácil, como mostra o desenho.



Há dois tipos de **redes de pontos** para este efeito.

- Copia para uma folha branca a rede de pontos do Anexo 3 e tenta representar, em perspectiva, prismas e pirâmides quadrangulares.

1.4. Prisma e pirâmide – estudo dos seus elementos

Tarefa de Investigação

Sabendo o número de lados do polígono que serve de base a uma pirâmide, descobre o número de faces, de arestas e de vértices, sem a desenhares ou construíres.

- Copia para o caderno a tabela seguinte, que te permite relacionar o número de lados do polígono da base com o número de faces, vértices e arestas de uma pirâmide.
- Imagina uma pirâmide e preenche os dados referentes às quatro primeiras linhas da tabela.

Base	N.º de lados da base	N.º de faces	N.º de vértices	N.º de arestas
				
				
				
				
				
				

- Descobre uma regra que te permita preencher as duas últimas linhas da tabela.

Informação

Pirâmide

Com a resolução do problema anterior descobriste uma regra que te permite saber qual o número de faces, de vértices e de arestas de uma pirâmide, sabendo o número de lados do polígono que lhe serve de base. Podes concluir que, para qualquer pirâmide:

- o **número de faces** é igual ao número de lados do polígono da base mais 1 (a pirâmide só tem uma base);
- o **número de vértices** é igual ao número de lados do polígono da base mais 1 (vértices da base e vértice oposto à base);
- o **número de arestas** é igual ao dobro do número de lados do polígono da base (arestas da base e arestas laterais).

Prisma

Sabendo o número de lados do polígono que serve de base a um prisma, vamos descobrir o número de faces, de arestas e de vértices de cada prisma.

Se analisares este quadro, comparando os números de cada linha, podes concluir que, para qualquer prisma:

Base	N.º de lados da base	N.º de faces	N.º de vértices	N.º de arestas
	3	5	6	9
	4	6	8	12
	5	7	10	15
	6	8	12	18
	8	10	16	24
	9	11	18	27

Se analisares este quadro, comparando os números de cada linha, podes concluir que, para qualquer prisma:

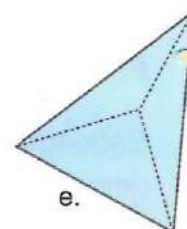
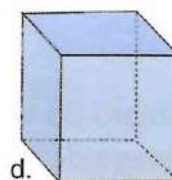
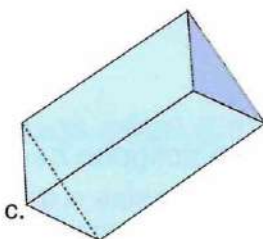
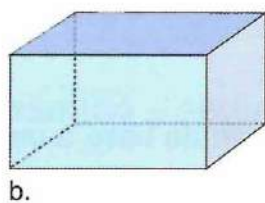
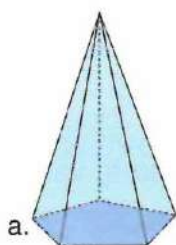
- o **número de faces** é igual ao número de lados do polígono da base mais 2 (o prisma tem 2 bases);
- o **número de vértices** é igual ao dobro do número de lados do polígono da base;
- o **número de arestas** é igual ao triplo do número de lados do polígono da base.

Exercícios

- Qual é o número de faces, de vértices e de arestas de um prisma cuja base é um polígono de 7 lados?
- Pode existir um prisma com 12 faces, 20 vértices e 30 arestas? Em caso afirmativo, indica o número de lados do polígono da base.

Exercícios e Problemas

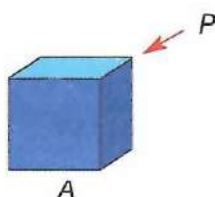
- Observa as seguintes representações de sólidos geométricos.



Copia o quadro para o teu caderno e completa-o.

	Número de vértices	Número de arestas	Nome do poliedro
a			
b			
c			
d			
e			

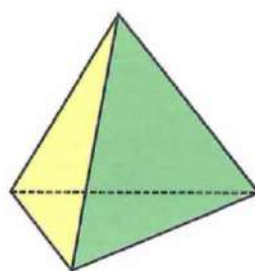
- Pode existir uma pirâmide com 6 faces e 6 arestas? E um prisma com 11 faces, 20 vértices e 29 arestas? Justifica as tuas respostas.
- Observa a figura A.



Como se chama o ponto P , comum às três arestas?

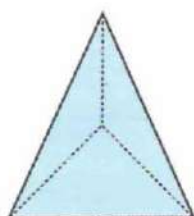
Neste cubo, quantos vértices estão visíveis? E quantos vértices estão invisíveis?

4. Qual é o nome do segmento de recta comum às duas faces coloridas da figura?

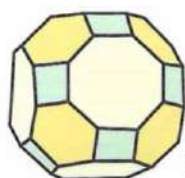


Nesta pirâmide triangular, quantas arestas estão visíveis?
E quantas arestas estão invisíveis?

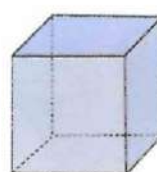
5. Observa os poliedros seguintes e as respectivas planificações.



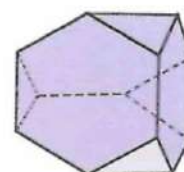
a.



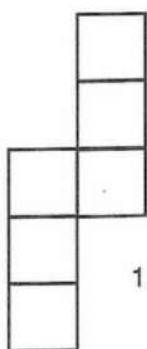
b.



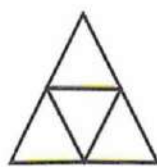
c.



d.



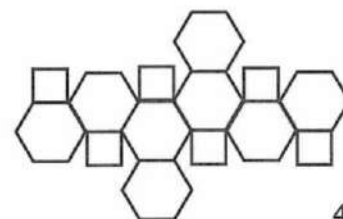
1.



2.



3.

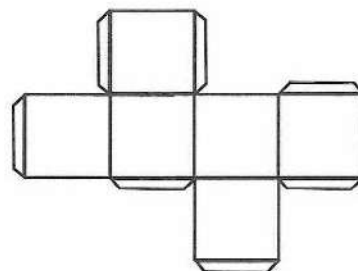
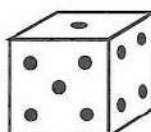
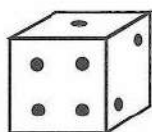
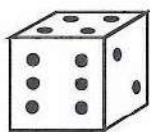


4.

Copia o quadro para o teu caderno e completa-o, encontrando a planificação para cada poliedro.

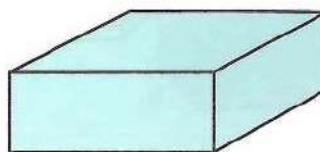
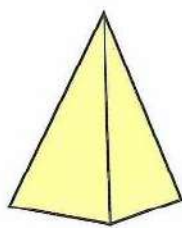
Poliedro	a	b	c	d
Planificação				

6. Observa com atenção o cubo abaixo representado, em três posições diferentes, e uma planificação desse cubo.



Copia a planificação para o teu caderno e coloca as pintas que correspondem a cada face.

7. Reproduz no teu caderno os poliedros seguintes e desenha, a tracejado, as arestas invisíveis.



8. Quantas diagonais tem um polígono de 10 lados?

Para chegares à resposta constrói a seguinte tabela e preenche-a para descobrires a regularidade.

N.º de lados	N.º de diagonais
3	
4	
5	
6	

UNIDADE

2

**Números Inteiros e
Números Decimais**

2. NÚMEROS INTEIROS E NÚMEROS DECIMAIS

Tarefa de Investigação

Como sabes, os planetas do Sistema Solar estão dispostos à volta do Sol, tendo as suas órbitas a distâncias diferentes desse astro. As distâncias aproximadas, em quilómetros, dos planetas ao Sol são as indicadas na figura, por baixo de cada um.



Júpiter



Setecentos e setenta e oito milhões e trezentos e quarenta milhares

Úrano



Dois milhares de milhão oitocentos e sessenta e nove milhões



Mercúrio



Cinquenta e sete milhões e novecentos milhares

Terra



Cento e quarenta e nove milhões e quinhentos e noventa milhares

Neptuno



Quatro milhares de milhão, quatrocentos e noventa e seis milhões e setecentos milhares

Vénus



Cento e oito milhões e duzentos e trinta milhares

Saturno



Um milhar de milhão, quatrocentos e vinte e sete milhões de milhares

Marte



Duzentos e vinte e sete milhões e novecentos e quarenta milhares

Investiga

Quais são os dois planetas que têm órbitas mais próximas uma da outra?

E quais são os dois planetas que têm órbitas mais afastadas uma da outra?

Ordena os planetas por ordem crescente da sua distância ao Sol, copia o quadro para o teu caderno e completa-o.

Planeta	Distância ao Sol (em km)

Informação**Representação de números**

Na tarefa de investigação apresentada no início desta unidade, os números estão representados foneticamente, pela sua ordem de leitura. Observa o quadro seguinte e a representação dos números nele representados com algarismos.

Classe dos bilhões			Classe dos milhares de milhão			Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades		
c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u
									3	4	9	5	2	1
		8	6	0	3	0	0	0	7	3	4	0	0	0
							2	5	0	0	0	0	0	0

O primeiro (349 521) lê-se:

- Trezentos e quarenta e nove milhares, quinhentas e vinte e uma unidades.

O segundo (8 603 000 734 000) lê-se:

- Oito bilhões, seiscentos e três milhares de milhão e setecentos e trinta e quatro milhares.

O terceiro (25 000 000) lê-se:

- Vinte e cinco milhões.

2.1. Comparação de números inteiros

A tabela indica o número de nascimentos ocorridos na República Democrática de São Tomé e Príncipe, por distrito e região, segundo dados do recenseamento geral da população e habitação em 2001.

Distrito	N.º de nascimentos
Lembá	382
Lobata	576
Cantagalo	517
Caué	178
Mé-Zóchi	1178
Água Grande	1794
Região Autónoma do Príncipe	229

Fonte: Instituto Nacional de Estatística – S. Tomé e Príncipe, 2003

Tabela ordenada (por ordem crescente do número de nascimentos)

Distrito	N.º de nascimentos
Caué	178
Região Autónoma do Príncipe	229
Lembá	382
Cantagalo	517
Lobata	576
Mé-Zóchi	1178
Água Grande	1794

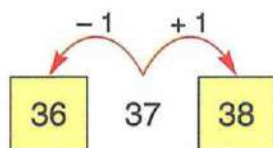
- O distrito de Água Grande foi aquele onde houve mais nascimentos porque:
 $1794 > 1178 > 576 > 517 > 382 > 229 > 178$
O sinal $>$ lê-se: **maior que**.
- O distrito de Lembá teve um número de nascimentos entre 300 e 500, isto é:
 $300 < 382 < 500$
O sinal $<$ lê-se: **menor que**.

Exercícios

- Para cada representação de um número escolhe a representação correcta com algarismos.
 - Duas mil quatrocentas e trinta e duas unidades
23 032
2 432
240 032
 - Trinta e três milhões duzentas e oito unidades
33 208
33 000 008
33 000 208
- Escreve um número de três algarismos em que 4 seja o algarismo das dezenas e 8 o das unidades. Haverá mais do que uma solução?
- Escreve um número menor que 500 e com 37 dezenas. Haverá mais do que uma solução?
- Repara no número 15 035.
Qual é o algarismo das dezenas de milhar?
- Escreve por ordem decrescente:
23 345; 27 435; 57 345;
25 534; 39 345; 43 534.
- Escreve todos os números de três algarismos cuja soma desses algarismos seja 17, sabendo que dois desses algarismos são o 3 e o 7.
- Observa os exemplos.

Número 37 { Antecessor 36
 { Sucessor 38

Números vizinhos de 37



- Quais são o antecessor e o sucessor do número 25?
- Escreve dois números vizinhos de 25.

8. Copia para o teu caderno e completa com os sinais $>$ ou $<$.

5207 ... 5027

27 354 ... 23 353

425 ... 452

13 023 ... 13 203

9. Copia para o teu caderno e coloca por ordem crescente cada um dos números seguintes.

3023

30 003

23

423

2.2. Comparação de números decimais

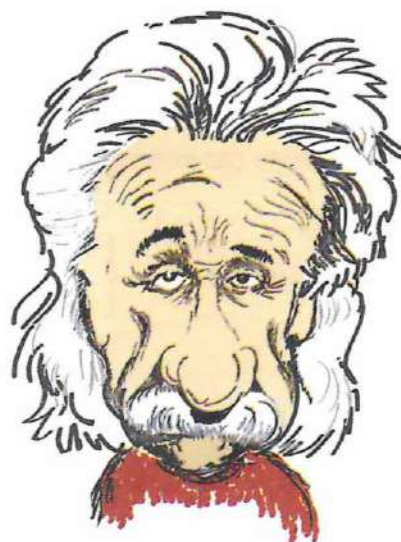
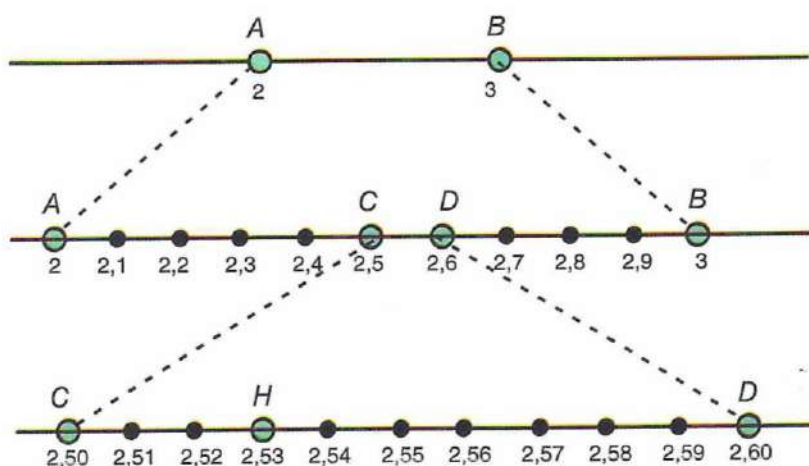
Tarefa de Investigação

O investigador Albert perdeu-se no quilómetro 2,53, quando ia para Bombaim, e enviou uma mensagem de socorro à sua equipa. A equipa com que trabalha foi à sua procura, mas está com dificuldades para o encontrar.

Envia uma mensagem à equipa, para a ajudares, onde constem os números entre os quais está compreendido aquele que eles procuram.

Investiga

Observa o esquema que te pode dar pistas para escreveres a mensagem.



MENSAGEM: Ia na direcção de Bombaim. Passei o quilómetro 2. Andei mais meio quilómetro e cerca de uns 30 metros à frente parei e estou perdido, não sabendo para onde seguir. Venham ter comigo!...

Introdução

2.3. Representação fonética

Chama-se **representação fonética** de um número à escrita desse número pela sua ordem de leitura.

27,345 lê-se: vinte e sete unidades e trezentas e quarenta e cinco milésimas.

8,03 lê-se: oito unidades e três centésimas.

Observa o quadro e analisa as representações.

Número	Parte inteira		Parte decimal		
	Dezenas	Unidades	Décimas	Centésimas	Milésimas
27,345	2	7	3	4	5
8,03		8	0	3	
10,110	1	0	1	1	0
35,009	3	5	0	0	9

- Representa foneticamente os números: 23,150
80,004

Comparação de números decimais

O Jorge pesa 37,8 kg e o Ulisses 37,59 kg.

Qual deles é o mais pesado?

Jorge

37

 ,

8

0

 37 unidades e 80 centésimas

Ulisses

37

 ,

5

9

 37 unidades e 59 centésimas

Parte inteira igual

- Comparemos as décimas:
 $8 > 5$ então $37,8 > 37,5$

- Comparemos o número à direita da vírgula:
 $80 > 59$ então $37,80 > 37,59$

Para comparar números decimais:

- 1.º Comparam-se as partes inteiras;
 - 2.º Comparam-se as décimas, depois as centésimas, depois as milésimas.
- ou
- 1.º Comparam-se as partes inteiras;
 - 2.º Iguala-se o número de casas decimais (acrescentando os zeros necessários);
 - 3.º Comparam-se os números à direita da vírgula.

Tarefa de Investigação

Na Escola Patrice Lumumba organizou-se um Clube de Karaté e para definir os escalões formaram-se equipas sujeitas a algumas condições.

Equipa A – Alunos inscritos cujos pesos são inferiores a 37 kg.

Equipa B – Alunos inscritos cujo peso é, pelo menos, 40 kg.

Equipa C – Alunos inscritos cujo peso está compreendido entre 36 kg e 40 kg.

Equipa D – Alunos inscritos cujo peso é superior a 42 kg.



Pretendem-se organizar os pesos dos alunos inscritos, de modo a podermos formar equipas.

- Representa os conjuntos dos pesos dos alunos pertencentes às equipas A, B, C e D.
- Representa o conjunto dos pesos dos alunos que pertencem simultaneamente às equipas B e D.
- Representa o conjunto dos pesos dos alunos que pertencem simultaneamente às equipas A e B.
- Indica um aluno que pertença simultaneamente a duas equipas.

Investiga

Consulta o quadro seguinte para responderes às questões anteriores.

Nome próprio	Peso (kg)
João	35,0
Pedro	36,9
Edson	34,7
António	40,5
Wilson	37,8
Álvaro	34,0
Ulisses	42,0
Fradique	38,4
Mário	41,6
Jorge	43,8
Manuel	39,3
Rafael	44,3

Informação

Representação de conjuntos

Um conjunto pode representar-se de três formas diferentes:

Em **compreensão** (entre chavetas escreve-se a propriedade que só os elementos do conjunto têm).

Em **extensão** (entre chavetas escrevem-se todos os elementos do conjunto, separados por vírgulas).

Por **diagrama de Venn** (representação esquemática de um conjunto em extensão. No interior de uma linha fechada representa-se cada elemento por um ponto).

Um conjunto que não apresenta qualquer número de elementos designa-se por **conjunto vazio** e representa-se por $\{ \}$ (entre chavetas não se escreve nenhum elemento). Um conjunto com um só elemento designa-se por **conjunto singular**.

Vamos utilizar os conjuntos da tarefa anterior para perceber estes conceitos.

Por exemplo:

- Conjunto formado pelos alunos cujo peso é superior a 42 kg:

{alunos inscritos cujo peso é maior que 42 kg} – **Representação em compreensão**

{Jorge, Rafael} – **Representação em extensão**

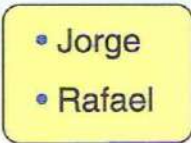
- 
- Jorge
 - Rafael

Diagrama de Venn

- Conjunto formado pelos pesos dos alunos da equipa D:

{Pesos dos alunos da equipa D} – **Representação em compreensão**

{43,8; 44,3} – **Representação em extensão**

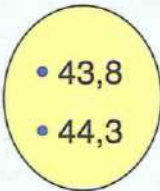
- 
- 43,8
 - 44,3

Diagrama de Venn

Quando um elemento faz parte de um conjunto diz-se que esse **elemento pertence ao conjunto**.

Por exemplo, o Jorge **pertence** ao conjunto dos alunos inscritos cujo peso é maior que 42 kg. Podemos dizer que o Jorge é um elemento do conjunto dos alunos inscritos cujo peso é maior que 42 kg.

Representa-se a situação por:

$\text{Jorge} \in \{\text{alunos inscritos cujo peso é maior que 42 kg}\}$

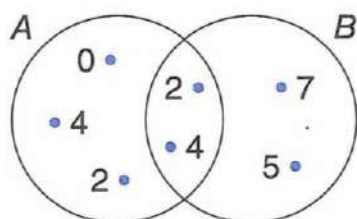
No caso de outro aluno inscrito, por exemplo o Fradique, dizemos que:

$\text{Fradique} \notin \{\text{alunos inscritos cujo peso é maior que 42 kg}\}$

que se lê: o Fradique **não pertence** ao conjunto dos alunos inscritos cujo peso é maior que 42 kg.

Exercícios

1. Considera os conjuntos representados nos seguintes diagramas de Venn.



- Utilizando chavetas, representa em extensão os conjuntos A e B.
- Representa em compreensão o conjunto A.

2. Usando chavetas, representa em extensão o conjunto dos números ímpares maiores que 3 e menores que 13. Designa esse conjunto pela letra maiúscula C.

Informação

Potências



Vou-te descrever o que aprendi hoje.

A professora escreveu, no quadro, um produto de factores iguais e disse-nos que:

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

5 factores

3^5 é uma **potência** e lê-se “três à quinta”

3 é a **base** (factor que se repete)

5 é o **expoente** (número de factores)

Exercícios

1. Representa sob a forma de potência.

$5 \times 5 \times 5$

$7 \times 7 \times 7 \times 7$

2. Calcula o valor das potências:

3^2

10^2

1^5

0^6

3. Completa o quadro depois de o passares para o caderno:

Produto de factores iguais	Potência	Leitura
$6 \times 6 \times 6$	6^3	Seis ao cubo
$10 \times 10 \times 10 \times 10$		
	7^2	Sete ao quadrado
		Quatro à sétima

2.4. Decomposição de um número utilizando potências de 10

Tarefa de Investigação

Descobre o número que está representado a seguir, decomposto de duas formas diferentes:

$35 \times 10^2 + 23$

$3 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 2 \times 10 + 3$

Investiga

Observa os esquemas.



Como vês, pode representar-se 100 por 10^2 ; 1000 por 10^3 ; 10 000 por 10^4 e assim sucessivamente.

Podes, agora, descobrir qual o número que é pedido.

Informação

Recorda o que já aprendeste sobre a organização dos números em classes e ordens.

Classe dos Milhares de Milhão			Classe dos Milhões			Classe dos Milhares			Classe das Unidades		
Ordem 11	Ordem 10	Ordem 9	Ordem 8	Ordem 7	Ordem 6	Ordem 5	Ordem 4	Ordem 3	Ordem 2	Ordem 1	Ordem 0
Centena de Milhar de Milhão	Dezena de Milhar de Milhão	Milhar de Milhão	Centena de Milhão	Dezena de Milhão	Milhão	Centena de Milhar	Dezena de Milhar	Milhar	Centena	Dezena	Unidade

Como sabes, um número pode ser decomposto por classes ou por ordens. Vejamos as duas formas.

Decomposição por classes

$$\begin{aligned}
 3\,478\,351 &= 3 \text{ milhões} + 478 \text{ milhares} + 351 \text{ unidades} \\
 &= 3 \times 1\,000\,000 + 478 \times 1\,000 + 351 \\
 &= 3 \times 10^6 + 478 \times 10^3 + 351
 \end{aligned}$$

Decomposição por ordens

$$\begin{aligned}
 3\,478\,351 &= 3 \times 1\,000\,000 + 4 \times 100\,000 + 7 \times 10\,000 + 8 \times 1\,000 + 3 \times 100 + 5 \times 10 + 1 \\
 &= 3 \times 10^6 + 4 \times 10^5 + 7 \times 10^4 + 8 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 5 \times 10 + 1
 \end{aligned}$$

Exercícios

1. Decomponha 73 400 por classes, utilizando potências de 10.
2. Decomponha 4725 por ordens, utilizando potências de 10.

Informação**Arredondamento de um número**

Arredondar um número é aproximá-lo a uma determinada ordem.

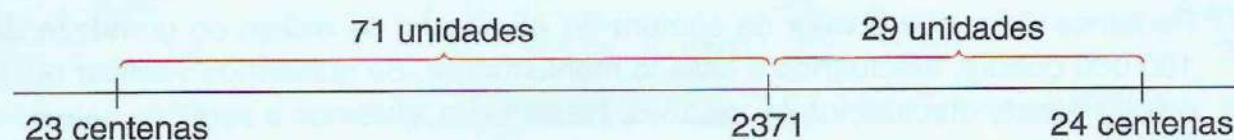
Por exemplo:

Arredondar 32 **às dezenas** é dizer que tem aproximadamente 3 dezenas.

Arredondar 2137 **às centenas** é dizer que tem aproximadamente 21 centenas.

Arredondar 2371 **às centenas** é dizer que tem aproximadamente 24 centenas, porque o número está mais próximo de 24 centenas do que de 23.

Observe a representação por esquema.

**Exercícios**

1. Arredonda, aos milhares, o número 9854297.
2. Arredonda, aos milhões, o número 9854297.
3. Arredonda, às dezenas, o número 9854297.

2.5. Estimativa de um resultado

Estimar significa fazer um cálculo aproximado de um resultado, utilizando valores arredondados. No dia-a-dia é cada vez mais importante saber estimar o valor de um resultado.

Vamos apresentar um exemplo:

- O Alberto foi comprar artigos escolares, tendo gasto o seguinte:

Material	Preço em dobras
Caderno	24 000
Régua	27 900
Lápis	10 000
Borracha	17 500
Caneta	23 400



– Quanto gastou?

Se quisermos estimar rapidamente o resultado, podemos arredondar os valores da seguinte forma:

24 000 à dezena de milhar mais próxima: 20 000

27 900 à dezena de milhar mais próxima: 30 000

10 000 à dezena de milhar mais próxima: 10 000

17 500 à dezena de milhar mais próxima: 20 000

23 400 à dezena de milhar mais próxima: 20 000

Podemos dizer que o valor da compra do Alberto foi na ordem de grandeza das 100 000 dobras, efectuando o cálculo mentalmente. Se quisermos verificar qual é o valor exacto efectuamos os cálculos. Neste caso, obtemos o seguinte valor:

$$24\,000 + 27\,900 + 10\,000 + 17\,500 + 23\,400 = \mathbf{102\,800 \text{ dobras}}$$

Como se verifica, o valor exacto é muito aproximado do valor estimado, o que nos leva a concluir que fazer uma estimativa correcta do resultado de um problema, antes de o resolver, ajuda a criticar a solução a que se chega.

Vamos analisar uma situação em que teria sido importante ter realizado a estimativa do resultado antes de entrar na loja para fazer as compras, evitando assim a perda de dinheiro devida a engano no troco.



Com 500 mil dobras que tinha, comprei um CD que me custou 250 mil dobras e um livro no valor de 172 500 dobras. Só me restam 7 500 dobras.

Como compreendes, não é possível. Se a Ester tivesse estimado o resultado, arredondando às dezenas de milhar o preço do livro, teria obtido 420 mil dobras.

Facilmente ficava a saber que lhe tinham de sobrar cerca de 80 mil dobras.

Tendo em conta o valor exacto das compras, faltam-lhe exactamente 70 mil dobras, dado que só lhe restam 7500 dobras e deviam sobrar-lhe 77 500 dobras. Houve um engano e ela terá dificuldade em descobrir onde e como, ficando certamente sem o dinheiro.

Exercícios

1. Calcula a ordem de grandeza das somas seguintes e os seus resultados exactos, de acordo com o exemplo.

	Ordem de grandeza	Resultado exacto
$23 + 148$	170	171
$323 + 182$		
$1013 + 2050$		

2. Dos três números indicados à frente de cada adição assinala o que mais se aproxima do seu valor.

$$13 + 46 \left\{ \begin{array}{l} 50 \\ 60 \\ 70 \end{array} \right.$$

$$103 + 29 \left\{ \begin{array}{l} 120 \\ 130 \\ 140 \end{array} \right.$$

$$103 + 178 \left\{ \begin{array}{l} 370 \\ 380 \\ 390 \end{array} \right.$$

2.6. Perímetro de uma superfície plana

Tarefa de Investigação

O pai do Ulisses tem várias placas de madeira com as seguintes dimensões:

16 placas rectangulares de 35 cm por 22 cm;

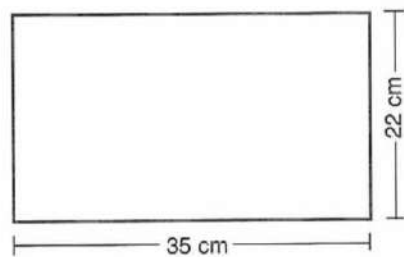
12 placas quadradas de 20 cm de lado.

O senhor quer rodear o bordo de cada placa com fita plástica. A fita só é vendida em rolos. Cada rolo de 20 m custa 40 mil dobras.

Calcula a despesa que é necessário fazer para que todas as placas fiquem com os bordos revestidos da fita plástica.

Investiga

Observa a figura que representa uma das 16 placas.



Imagina que esticas a fita e que a colocas à volta da placa, como vês na figura seguinte.



Calcula o comprimento da fita para rodear uma placa e multiplica-o por 16.

Procede da mesma forma para uma placa quadrada de 20 cm de lado.



Calcula o comprimento da fita para rodear a placa e multiplica-o por 12.

Junta os dois valores obtidos e ficas a saber a quantidade de fita necessária para efectuar todo o trabalho. Divide o valor que obtiveste por 20 para saberes quantos rolos de fita precisas, não esquecendo que esse número terá de ser inteiro. No final, calcula o custo da fita necessária para rodear as placas.

Informação

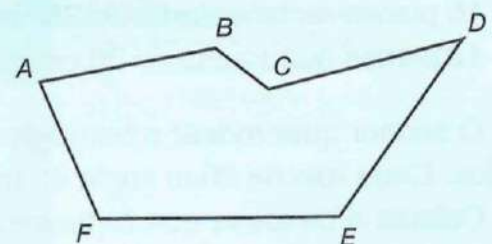
Perímetro de uma figura plana é o **comprimento da linha** que limita essa superfície. Vejamos alguns exemplos:

No caso anterior determinámos o **perímetro de um polígono regular**, multiplicando o número de lados pelo comprimento do lado.

Determinámos também o **perímetro de um polígono irregular**, adicionando os comprimentos de todos os seus lados.

Exemplo:

[ABCDEF] é um hexágono irregular.



$[AB]$; $[BC]$; $[CD]$; $[DE]$; $[EF]$; $[FA]$ são os seus 6 lados.

$[AB]$ lê-se: segmento de recta AB .

Os comprimentos dos lados são:

$$\overline{AB} = 2,1 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = 1 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = 2,3 \text{ cm}$$

$$\overline{DE} = 2,9 \text{ cm}$$

$$\overline{EF} = 2,4 \text{ cm}$$

$$\overline{FA} = 2 \text{ cm}$$

$\overline{AB} = 2,1 \text{ cm}$ lê-se: o comprimento do segmento da recta $\overline{AB}$ é 2,1 cm.

Para saber qual é o comprimento de um segmento de recta é preciso medi-lo.

Para medir um comprimento é necessário:

- 1.º Escolher uma unidade.
- 2.º Comparar a unidade com o comprimento que se quer medir e saber o número de vezes que cabe nele; esse número é a medida do comprimento.

Assim, para o caso anterior:

$\overline{FA} = 2 \text{ cm}$ significa que:

- 1.º A unidade escolhida foi o centímetro.
- 2.º Em $\overline{FA}$, 1 cm cabe 2 vezes. Logo, 2 é a medida do comprimento.

med $\overline{FA} = 2$ lê-se: a medida do comprimento do segmento de recta $[FA]$ é 2, considerando como unidade o centímetro.

Se a unidade escolhida for o decímetro:

$$\text{med } \overline{FA} = 0,2$$

Qual será a unidade escolhida se med $\overline{FA} = 0,02$?

A medida do comprimento depende da unidade escolhida (que pode ser do sistema métrico ou não).

- Qual é o perímetro do polígono $[ABCDEF]$?

O perímetro obtém-se adicionando as medidas dos seus lados:

$$2,1 + 1 + 2,3 + 2,9 + 2,4 + 2 = 12,7$$

Resposta: O perímetro de $[ABCDEF]$ é 12,7 cm.

Exercícios

1. Algumas vírgulas desapareceram.

Copia as igualdades para o teu caderno e coloca-as correctamente.

$$2,73 + 14,36 = 1709$$

$$110,5 + 307 = 141,2$$

$$1346 + 4,03 = 138,63$$

2. Sem efectuares cálculos explica porque são falsos os seguintes resultados:

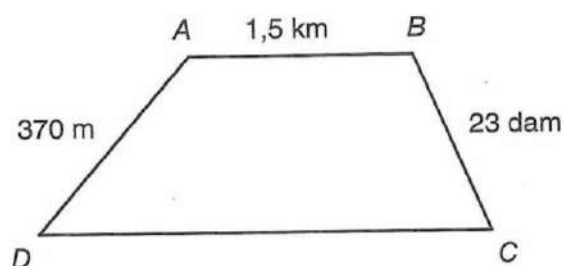
$$13 + 129 = 7$$

$$59 + 327 = 286$$

3. Escreve todos os números de três algarismos cuja soma é 21, sabendo que dois desses algarismos são 5 e 7.

4. Quais são os dois números inteiros sucessivos cuja soma é 315?

5. Calcula quantos quilómetros percorreu o Ivo no seu passeio de mota, para dar a volta completa ao campo representado na figura, sendo que $\overline{AB}$ é metade de $\overline{DC}$.



6. Não efectues as adições. Só um resultado está correcto; escolhe-o e justifica a tua resposta.

$$29 + 137 \left\{ \begin{array}{l} 158 \\ 329 \\ 166 \end{array} \right.$$

$$1047 + 17 + 813 \left\{ \begin{array}{l} 2617 \\ 193 \\ 1877 \end{array} \right.$$

7. Enquadra cada um dos números decimais entre dois números inteiros consecutivos.

27,3

50,4

307,93

8. Compara os pares de números, utilizando os sinais $>$, $<$ ou $=$.

$$3,8 \quad \square \quad 3,48$$

$$27,4 \quad \square \quad 2,74$$

$$94,6 \quad \square \quad 94,60$$

$$6,02 \quad \square \quad 6,02$$

$$9,01 \quad \square \quad 9,001$$

$$0,003 \quad \square \quad 0,029$$

2.7. Adição e suas propriedades

Tarefa de Investigação

Calcula a soma de todos os números inteiros de 1 a 99, inclusive, sem efectuares a adição.

Repara que:

$$\begin{aligned} 1 + 99 &= 100 \\ 2 + 98 &= 100 \\ 3 + 97 &= 100 \\ &\dots\dots\dots \\ 49 + 51 &= 100 \end{aligned}$$

Com estas indicações já estás apto a calcular, rapidamente, a soma pedida.

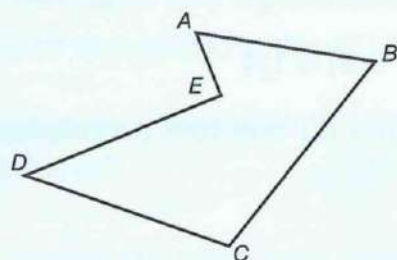
Informação

Como sabes, a **operação adição** transforma dois números num só.

Se pensarmos em $2 + 98 = 100$ dizemos que se adicionarmos 2 a 98 obtemos 100. Se adicionarmos 2,5 a 9,84 obtemos 12,34, ou seja, ao adicionarmos as parcelas 2,5 e 9,84 obtemos como soma 12,34.

No cálculo do perímetro de uma figura plana também se utiliza a adição parcela a parcela, como podes verificar a seguir.

O perímetro do polígono [ABCDEA], em metros, é 13,4 porque:



$$\begin{aligned} &3,25 + 1,4 + 2,1 + 2,75 + 3,9 \\ &= 4,65 + 2,1 + 2,75 + 3,9 \\ &= 6,75 + 2,75 + 3,9 \\ &= 9,50 + 3,9 \\ &= 13,40 \end{aligned}$$

Por ordem normal de cálculo é obrigatório ir adicionando só as duas primeiras parcelas de cada linha.

$$\begin{array}{r|l} & u \\ \hline & 3,25 \\ & 1,4 \\ & 2,1 \\ & 2,75 \\ & 3,9 \\ \hline 1 & 3,40 \end{array}$$

ou

Para adicionar números decimais é necessário colocar unidades debaixo de unidades.

- O cálculo mental faz-se de forma inversa ao cálculo escrito.
- 1.º decompõem-se mentalmente as parcelas;
 - 2.º adicionam-se primeiro as de ordem mais alta.

Exemplo:

$$\begin{array}{rcl}
 134 + 280 = & & \\
 100 + 200 = \mathbf{300} & & \\
 30 + 80 = \mathbf{110} & & \\
 4 + 0 = \mathbf{4} & &
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{rcl} 100 + 200 = 300 \\ 30 + 80 = 110 \\ 4 + 0 = 4 \end{array}} \right\} 414 = 134 + 280$$

2.8. Propriedades comutativa e associativa da adição

Para efectuar os cálculos, mais rapidamente, podemos alterar a ordem normal de cálculo, como no exemplo do cálculo do perímetro do polígono $[ABCDE]$:

- 1.º Trocando a ordem das parcelas:

$$3,25 + 2,75 + 2,1 + 3,9 + 1,4 =$$

- 2.º Associando as duas primeiras parcelas e as terceira e quarta parcelas:

$$\begin{aligned}
 (3,25 + 2,75) + (2,1 + 3,9) + 1,4 &= \\
 = 6 + 6 + 1,4 &= \\
 = 12 + 1,4 &= \\
 = 13,4 &
 \end{aligned}$$

Como sabes, é possível trocar a ordem de quaisquer parcelas de uma adição que o valor da soma não se altera.

$$3,25 + 2,75 + 2,1 + 3,9 + 1,4 = 1,4 + 3,25 + 2,1 + 2,75 + 3,9$$

Por isso dizemos que a **operação adição é comutativa** ou que tem **propriedade comutativa**.

Podemos, também, alterar a ordem normal de cálculo associando duas ou mais parcelas, visto que o valor da soma não se altera.

$$3,25 + 2,75 + 2,1 + 3,9 + 1,4 = (3,25 + 2,75) + (2,1 + 3,9) + 1,4$$

Por isso dizemos que a operação adição é associativa ou que tem propriedade associativa.

Exemplo:

Quando calculámos a soma dos números inteiros de 1 a 99 aplicámos, sem o termos referido, as propriedades comutativa e associativa da adição.

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 45 + 46 + 47 + 48 + 49 + \dots + 97 + 98 + 99$$

Aplicando a **propriedade comutativa** fica:

$$1 + 99 + 2 + 98 + 3 + 97 + \dots + 47 + 53 + 48 + 52 + 49 + 51 + 50$$

Aplicando a **propriedade associativa** fica:

$$\begin{aligned} & (1 + 99) + (2 + 98) + (3 + 97) + \dots + (47 + 53) + (48 + 52) + (49 + 51) + 50 = \\ & = 100 + 100 + 100 + \dots + 100 + 100 + 100 + 50 = \\ & \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{49 \text{ parcelas iguais a } 100} \end{aligned}$$

$$= 49 \times 100 + 50 =$$

$$= 4950$$

2.9. Propriedade da existência do elemento neutro

Quando uma das parcelas é zero a soma é igual à outra parcela.

Exemplo:

$$113 + 0 = 13$$

ou

$$13 + 0 = 0 + 13 = 13$$

$$0 + 13 = 13$$

O zero (0) tanto pode ser a primeira parcela como a segunda.

Esta propriedade é verdadeira para qualquer número inteiro ou decimal.

Por isso, dizemos que a **adição tem elemento neutro, que é o zero**.

2.10. Operação inversa da adição

Relembra que o perímetro do polígono $[ABCDE]$ é, em metros, 13,4.

Um dos lados mede, em metros, 3,9.

Qual é o comprimento, em metros, da linha poligonal formada pelos restantes lados da figura?

Vamos procurar esse valor.

Dado que $\dots + 3,9 = 13,4$

basta calcular $13,4 - 3,9$, obtendo-se como resultado 9,5.

Podemos dizer que:

$$\begin{array}{ccc}
 & 9,5 + 3,9 = 13,4 & \\
 \swarrow & & \searrow \\
 9,5 = 13,4 - 3,9 & & 3,9 = 13,4 - 9,5
 \end{array}$$

Conclusão: **A adição tem operação inversa, a operação subtração.**

Exercícios

1. Escreve 67 sob a forma de duas parcelas.
2. Escreve 67 sob a forma de três parcelas.
3. Copia para o teu caderno e completa com os algarismos que faltam.

$$\begin{array}{r}
 230_ \\
 + 32_7 \\
 \hline
 _ _ 25
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 52,73 \\
 + 0, _ 5 \\
 \hline
 5 _ , 38
 \end{array}$$

2.11. Subtração e suas propriedades

Tarefa de Investigação

A subtração tem as mesmas propriedades que a adição?
A subtração tem operação inversa?

Investiga

Servindo-te de exemplos verifica se a subtração:

é comutativa;
é associativa;
tem elemento neutro;
tem operação inversa.

Informação

Tal como a adição, a **subtração** é a operação que transforma dois números num só. Isto significa que:

se subtrairmos 35 a 427 obtemos 392;
se subtrairmos 23,4 a 709,3 obtemos 685,9.

427 é o **aditivo**, 35 é o **subtractivo** e 392 é a **diferença**.

709,3 é o **aditivo**, 23,4 é o **subtractivo** e 685,9 é a **diferença**.

Podemos efectuar a segunda operação da seguinte forma:

		u	
7	0	9,	3
-	2	3,	4
6	8	5,	9

Pelo que se depreende que para subtrairmos números decimais é necessário colocar unidades debaixo de unidades.

Será a subtracção comutativa?

$$9 - 3 = 6$$

$$3 - 9 = ?$$

Não há nenhum número inteiro ou decimal que seja resultado desta operação.

Não podemos, portanto, trocar a ordem dos termos. Por isso, dizemos que a operação subtracção **não é comutativa**.

E será a subtracção associativa?

Para calcular o valor da expressão seguinte temos de seguir a ordem normal de cálculo.

$$\begin{aligned} 90 - 37 - 14 - 4 &= \\ = 53 - 14 - 4 &= \\ = 39 - 4 &= \\ = 35 \end{aligned}$$

Será que podemos associar o 2.º com o 3.º termo?

$$\begin{aligned} 90 - (37 - 14) - 4 &= \\ = 90 - 23 - 4 &= \\ = 67 - 4 &= \\ = 63 \end{aligned}$$

Será que podemos associar o 3.º com o 4.º termo?

$$\begin{aligned} 90 - 37 - (14 - 4) &= \\ = 90 - 37 - 10 &= \\ = 53 - 10 &= \\ = 43 \end{aligned}$$

Como verificámos, não é possível. No 1.º caso, $63 \neq 35$ e no 2.º caso $43 \neq 35$.

Logo, podemos escrever:

$$90 - 37 - 14 - 4 \neq 90 - (37 - 14) - 4 \neq 90 - 37 - (14 - 4)$$

A subtracção não permite que alteremos a ordem normal do cálculo. Por isso, dizemos que a operação **subtracção não é associativa**.

Será que a subtração tem elemento neutro?

$$7 - 0 = 7$$

$$0 - 7 \neq 7 \quad \text{logo, } 7 - 0 \neq 0 - 7 \neq 7$$

- Portanto, 0 (zero) não é elemento neutro da subtração.
- Por isso, dizemos que **a subtração não tem elemento neutro.**

Será que a adição é a operação inversa da subtração?

Usemos um exemplo para verificar.

$$\begin{array}{ccc} & 9 - 3 = 6 & \\ \swarrow & & \searrow \\ 9 \neq 6 + 3 & & 3 \neq 6 + 9 \end{array}$$

- Como verificámos, na subtração o 2.º termo não é igual à soma da diferença com o 1.º termo.
- Portanto, **a adição não é operação inversa da subtração.**
- O 1.º termo (aditivo) é a soma da diferença com o 2.º termo (subtrativo), como acabámos de verificar.

$$9 - 3 = 6$$



$$9 = 6 + 3$$

9 → aditivo

3 → subtrativo

6 → diferença

Na subtração, o aditivo é igual à soma da diferença com o subtrativo – **propriedade fundamental da subtração.**

Exercícios

1. Numa subtração o aditivo é 240. O subtrativo e o resto são iguais. Qual é o seu valor?
2. A diferença entre dois números é 53. O maior dos números é 119. Qual é o número mais pequeno?
3. Copia para o teu caderno e completa.

$$\begin{array}{r} 14 _ 3 _ \\ - \quad 96 _ 0 \\ \hline _ _ 087 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 _ _ 1 \\ - \quad 39 _ _ \\ \hline _ 3 _ 5 \end{array}$$

4. Escreve dois números pares cuja soma seja 10. Quais as soluções que podes encontrar?
5. Calcula o valor de:
- | | |
|-------------|----------------|
| $534 - 88$ | $100,7 + 35,9$ |
| $999 - 63$ | $30,6 + 4,89$ |
| $108 - 0,4$ | $147 - 0,9$ |
6. Quais os números que se podem adicionar a 7 para obter um número compreendido entre 17 e 21?
7. A diferença entre dois números é 13,4. O aditivo é 40. Qual é o subtrativo?
8. Descobre todas as subtracções que é possível efectuar com os números 37, 84 e 512. Escreve a indicação de todas essas operações e efectua-as.
9. Dos três números indicados à frente de cada diferença escolhe o que mais se aproxima do seu valor e assinala-o com x.

$$438 - 139 \left\{ \begin{array}{l} 200 \\ 300 \\ 400 \end{array} \right.$$

$$795 - 160 \left\{ \begin{array}{l} 630 \\ 730 \\ 700 \end{array} \right.$$

2.12. Propriedade da invariância do resto

Tarefa de Investigação

Descobre, sem efectuares qualquer cálculo escrito, o valor das diferenças.

$13 - 6$	$73 - 66$
$113 - 106$	$223 - 216$
$1113 - 1106$	$833 - 826$
$1143 - 1136$	$1493 - 1486$

Investiga

Calcula o valor das diferenças usando a calculadora.

$$\begin{array}{l} 17 - 3 \\ 47 - 33 \\ 847 - 833 \\ 1347 - 1333 \end{array}$$

O que verificas?

Será que já chegaste a uma conclusão acerca da forma como podes resolver este tipo de questões?

Resolve as duas situações propostas anteriormente aplicando esse conhecimento.

Informação

- A subtracção tem uma propriedade muito importante para o cálculo mental.
- Analisa as questões:

$$35 - 18 = 17$$

$$(35 + 10) - (18 + 10) = 17$$

$$(35 + 27) - (18 + 27) = 17$$

$$(35 + 105) - (18 + 105) = 17$$

- Experimenta adicionar a 35 um número qualquer, adicionar a 18 o mesmo número e calcular a diferença entre esses dois números. Obtiveste 17, certamente.

E porquê?

Porque **se adicionarmos ao aditivo e ao subtrativo o mesmo número a diferença não se altera.**

- É esta propriedade da subtracção – **propriedade da invariância do resto** – que nos permite efectuar o algoritmo da subtracção.

Exercícios

1. Calcula o valor de:

$$18 - 6$$

$$2100 - 100$$

$$39 - 4$$

$$28 - 16$$

$$4004 - 100$$

$$69 - 34$$

$$128 - 116$$

$$3022 - 100$$

$$349 - 314$$

$$1018 - 1006$$

$$10001 - 100$$

$$1339 - 1304$$

2. Compara, utilizando os sinais $>$, $<$ ou $=$, sem efectuares cálculos escritos.

$$(840,3 - 4,7) \text{ — } (84,03 - 4,7)$$

$$(8,403 - 4,7) \text{ — } (840,3 - 4,7)$$

$$(343,25 - 13,03) \text{ — } (34,325 - 13,03)$$

$$(343,25 - 130,3) \text{ — } (343,25 - 1,303)$$

2.13. Expressões numéricas

Tarefa de Investigação

O Wilson levou para a escola 113 rebuçados. Antes de entrar para as aulas deu 23, no segundo intervalo deu 34, mas à saída um colega deu-lhe 17.

Com quantos rebuçados voltou o Wilson para casa? Traduz este problema por uma expressão matemática (com números e sinais).

Investiga

- Resolve o problema.
- Escreve uma expressão que respeite a ordem das operações que efectuaste.

Informação

Uma expressão numérica é uma expressão com números e sinais.

Para calcular o valor de uma expressão deve seguir-se a ordem normal de cálculo: efectuar as operações pela ordem que aparecem da esquerda para a direita.

Exemplo:

$$\begin{aligned} 94 - 36 + 113 - 4,7 &= \\ &= 58 + 113 - 4,7 = \\ &= 171 - 4,7 = \\ &= 166,3 \end{aligned}$$

Quando uma expressão tem parênteses () é obrigatório calcular em primeiro lugar o valor da expressão que está dentro de parênteses.

Exemplo:

$$\begin{aligned} 1357,4 - (300 + 125) + 47,5 &= \\ &= 1357,4 - 425 + 47,5 = \\ &= 932,4 + 47,5 = \\ &= 979,9 \end{aligned}$$

2.14. Tradução de um problema por uma expressão numérica

A Ana recebeu da família, no dia do seu aniversário, 13 000 Dbs. Comprou um livro que lhe custou 7500 Dbs e doces no valor de 2500 Dbs. Nesse dia ainda recebeu do tio 5000 Dbs. O resto do dinheiro guardou no mealheiro.

Quanto guardou a Ana no mealheiro?

Para escrever a expressão numérica que traduz este problema, podemos proceder do seguinte modo:

1.º Colocar por ordem as operações necessárias à resolução do problema.

$$13\ 000 - 7500 = 5500$$

$$5500 - 2500 = 3000$$

$$3000 + 5000 = 8000$$

2.º Escrever, em seguida, uma expressão que respeite a ordem pela qual foram realizadas as operações.

$$13\ 000 - 7500 - 2500 + 5000$$

Exercícios

1. Traduz por uma expressão numérica:

- a soma de sete com quatro é onze;
- a diferença entre treze e nove é quatro;
- a soma de três com dezanove é maior que vinte.

2. A Ester foi a uma festa em casa da Rute e levou uma prenda. O pai deu-lhe uma nota de 5000 dobras para pagar a prenda, que custou 1250 dobras. Mas ela ainda teve de comprar uma folha de papel, para fazer o embrulho, por 500 dobras.

Quanto entregou a Ester ao pai, após as duas compras?

Traduz o problema por uma expressão numérica.

Exercícios e Problemas

1. Diz-se que um número é capicua se lendo a sua escrita da esquerda para a direita e da direita para a esquerda se obtiver o mesmo número. São exemplo desses números os seguintes:

373;

605506;

2005002.

Procura o número mais pequeno que é necessário adicionar a cada um dos números seguintes para obteres capicuas.

17;

423;

3001;

4206;

12057.

2. Escreve o número que precede cada um dos seguintes números.

57; 421; 1000; 3000.

3. Escreve o sucessor de cada um dos seguintes números.

3; 33; 303; 3003; 3033.

4. Escreve, por ordem decrescente, os seguintes números.

50055; 55055; 50005; 55005; 50555.

5. Assinala o maior dos números em cada uma das linhas.

4,7	3,4	7,3	3,7
5,73	5,7	5,37	5,4
0,003	0,3	0,03	0,13

6. Compara os números seguintes, utilizando os sinais $>$, $<$ ou $=$.

252 _____ 225	23453 _____ 23345
6809 _____ 9806	14204 _____ 14402

7. Escreve um número menor que 1000 e com 72 dezenas. Haverá mais do que uma solução?

8. Copia o quadro abaixo para o teu caderno e preenche-o com os seguintes números:

- trezentos e quarenta milhares e setenta e oito unidades;
- três milhares de milhão, vinte e três milhares e vinte e três unidades;
- trinta e três milhões, seiscentas e sete unidades.

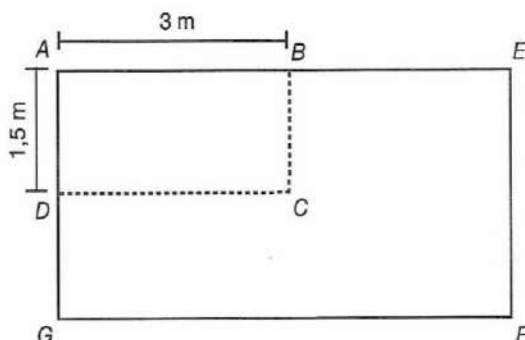
Classe dos Milhares de Milhão			Classe dos Milhões			Classe dos Milhares			Classe das Unidades		
c	d	m	c	d	m	c	d	m	c	d	m

9. O Ivo tem 28 000 dobras e o Óscar tem mais 1500 dobras do que ele.

A Ana tem tantas dobras como o Ivo e o Óscar juntos e a Fátima tem mais 500 dobras do que o Óscar.

Quantas dobras tem cada menino?

10. O Octávio tinha um canteiro como o representado na figura pelo rectângulo $[ABCD]$ e com as dimensões indicadas. Decidiu modificá-lo, ficando o canteiro com a forma do rectângulo $[AEFG]$.



Sabendo que: $\overline{BE} = 2 \times \overline{DG}$ e $\overline{AG} = \overline{AB}$, calcula o perímetro do novo canteiro.

11. Decompõe os seguintes números, utilizando potências de 10 e seguindo o exemplo abaixo indicado:

20000; 3000000; 700000000.

Exemplo: $5000 = 5 \times 1000 = 5 \times 10^3$

12. Calcula o valor das seguintes expressões, aplicando as propriedades associativa e comutativa.

$$96 + 57 + 4;$$

$$420 + 64 + 80;$$

$$3,9 + 6,6 + 7,1 + 0,4.$$

13. Calcula a soma de todos os números naturais de 1 a 49 inclusive, aplicando as propriedades associativa e comutativa.

14. A D. Antónia tem 5 filhos: o Ivo com 14 anos; a Aida com 12 anos; o Nuno com 11 anos; a Susana com 7 anos e a Lurdes com 5 anos.

Sabendo que a D. Antónia tem 34 anos, que idade terá a senhora quando a soma das idades dos filhos for igual à soma das idades das filhas?

15. A Umbelina viajou de avião de S. Tomé para Lisboa. Aterrou em Lisboa às 16 horas, tendo o voo durado 7 h e 45 minutos. A que horas partiu de S. Tomé?

NOTA: Não te esqueças que durante uma parte do ano em Lisboa é mais uma hora do que em S. Tomé.

16. Dois cocos e uma manga custam 500 dobras.

Três cocos e duas mangas custam 950 dobras.

Quanto custa cada manga? E qual é o preço de cada coco?

17. No início da viagem de autocarro de S. Tomé para Trindade entraram no transporte 47 passageiros.

Na 1.^a paragem desceram 7 e subiram 11.

Na 2.^a paragem desceram 14 e subiram 3.

Na 3.^a paragem desceram 9 e subiram 6.

Na 4.^a paragem, como era o fim da carreira, desceram todos os passageiros que iam no autocarro.

Quantas pessoas desceram no fim da carreira?

Quantas pessoas transportou o autocarro durante este percurso?

18. Completa as igualdades seguintes sem fazer cálculos escritos mas aplicando as propriedades da adição que estudaste.

$$137,04 + 53,36$$

$$190,37 + 504,8 + 425,96$$

$$183,07 + 10,09$$

$$1041,7 + 128,02 + 12,47$$

19. Um quadrado mágico é um quadrado com números que adicionados em linha, em coluna ou na diagonal dão sempre o mesmo resultado.

Copia os quadrados mágicos (aditivos) que se seguem para o teu caderno e, se possível, completa-os.

2		4
6	1	8

10		
	6	
		8

8	3	
6	7	2

UNIDADE

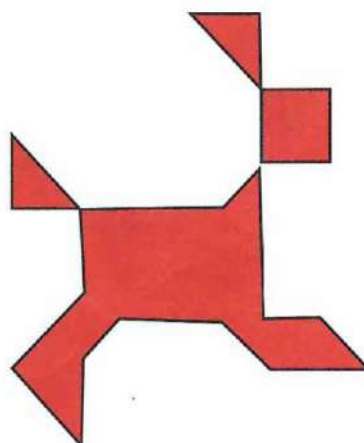
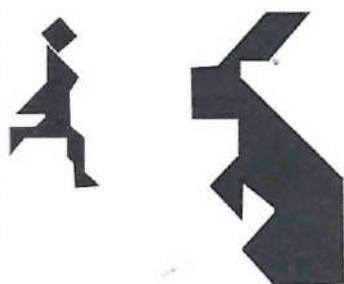
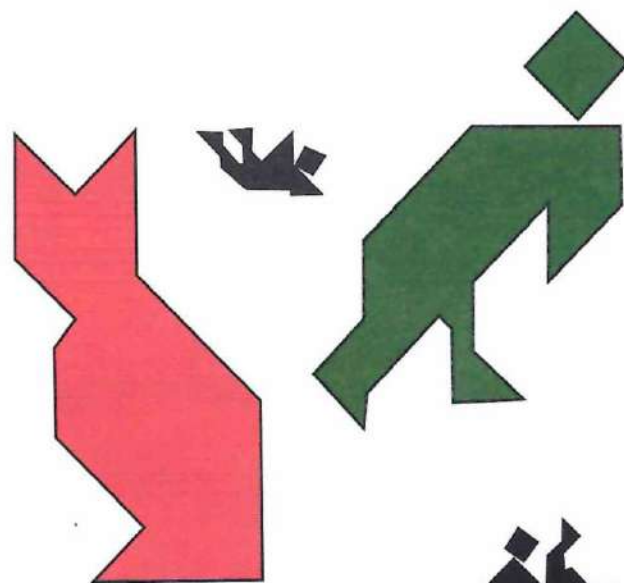
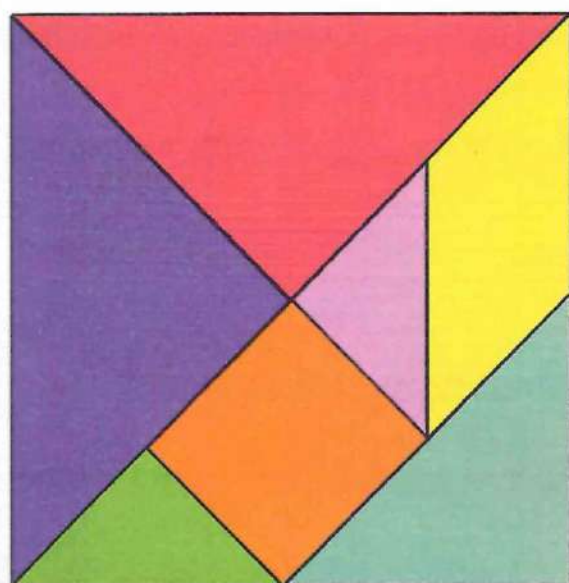
3

Áreas

3. ÁREAS

3.1. Noção de área

O conceito de área de uma superfície plana já foi abordado em anos anteriores. Vamos, no entanto, lembrá-lo através da realização de uma actividade com materiais manipulativos e de uma tarefa de investigação.



Actividade

O *tangram* é um *puzzle* chinês muito antigo, conhecido na Europa desde o início do século XIX. É constituído por sete figuras geométricas com as quais podes formar muitas figuras diferentes como, por exemplo, as que se apresentam ao lado.

O Professor representará dois *puzzles*, A e B.

Copia-os para folhas de cartolina de cores diferentes e recorta-os.

Tarefa de Investigação

Será que os dois *puzzles*, A e B, têm a mesma área?

Parece-te que foi utilizada a mesma quantidade de papel ou cartolina para os construir?

Investiga

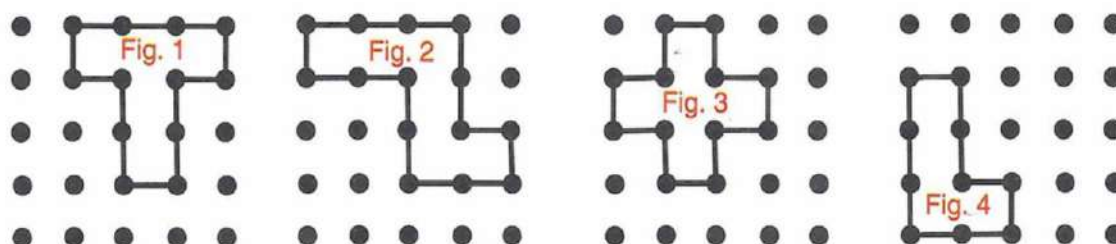
- Recorta o *puzzle* A pelas linhas traçadas. Com as peças obtidas constrói uma das figuras possíveis.
- Recorta o *puzzle* B pelas linhas traçadas. Com as peças obtidas reproduz a mesma figura.
- Obtiveste duas figuras com a mesma área?

3.2. Figuras geometricamente iguais e superfícies equivalentes

- As figuras que acabaste de construir podem pôr-se em coincidência – são **geometricamente iguais**.
- As superfícies A e B permitiram-te construir figuras geometricamente iguais, o que significa que são **superfícies equivalentes**.
- **Superfícies equivalentes** são superfícies que têm a **mesma área**.
- Todas as figuras que possas construir com um **tangram**, apesar de nem sempre serem geometricamente iguais, têm superfícies com a mesma área e, por isso, são equivalentes.

Exercícios

Observa os quatro esquemas de geoplanos e as figuras neles desenhadas.

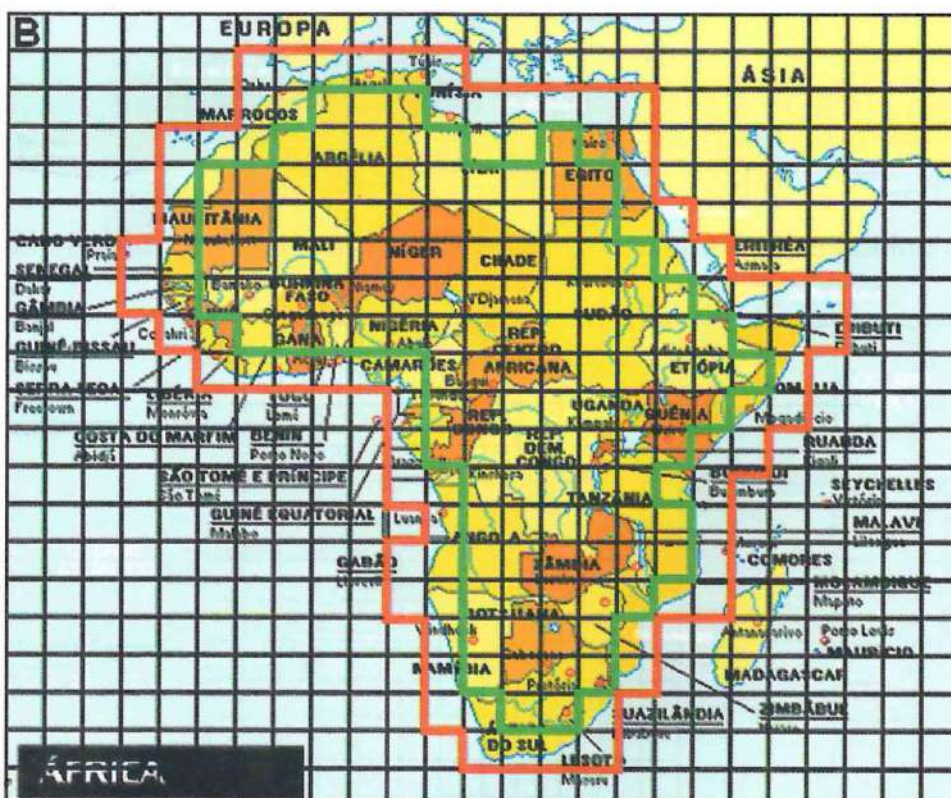
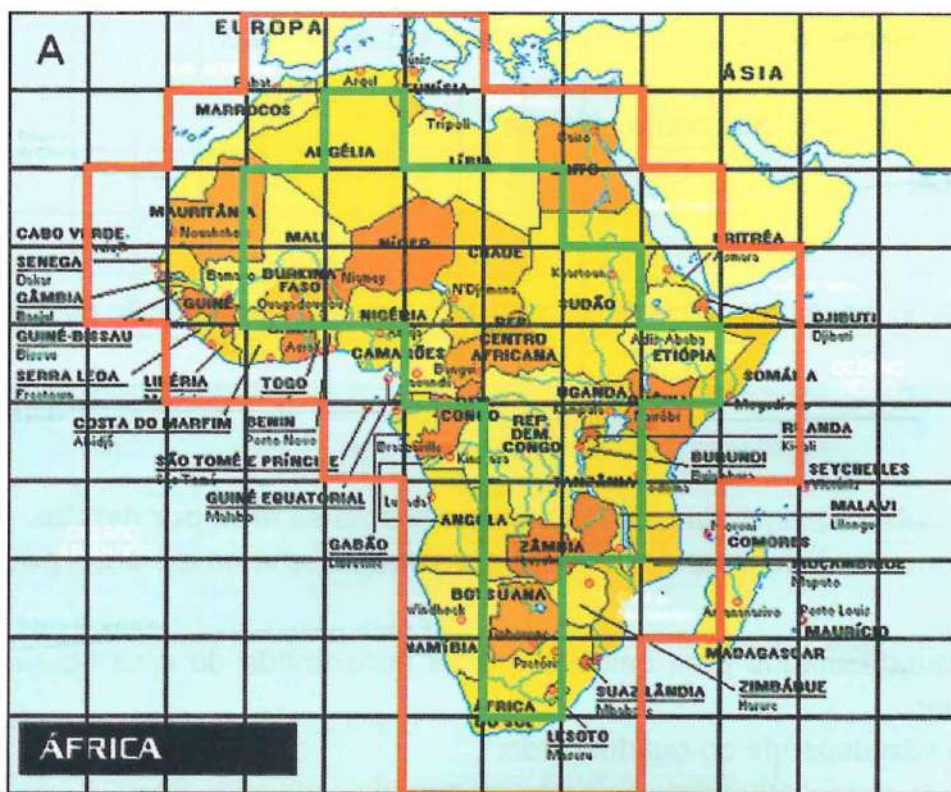


- Descobre as superfícies que têm a mesma área.
- Constrói uma figura diferente das apresentadas e com a mesma área da figura 3.

Tarefa de Investigação

3.3. Áreas por enquadramento

Calcula aproximadamente a área das figuras, utilizando os quadriculados.



Investiga

- Considera como unidade a quadrícula A e, atendendo às linhas a vermelho e a verde, indica as duas aproximações da área da figura do mapa.

1. Designa por P a área do continente africano.

$$\dots u < P < \dots u$$

$u \rightarrow$ área de A , considerada como unidade

2. Utiliza o mesmo processo tomando como unidade a quadrícula B .

$$\dots v < P < \dots v$$

$v \rightarrow$ área de B , considerada como unidade

3. Atendendo a que:

u é 100 mm^2 ;

v é 25 mm^2 ;

enquadra a área do mapa do continente africano com a melhor aproximação possível.

Informação

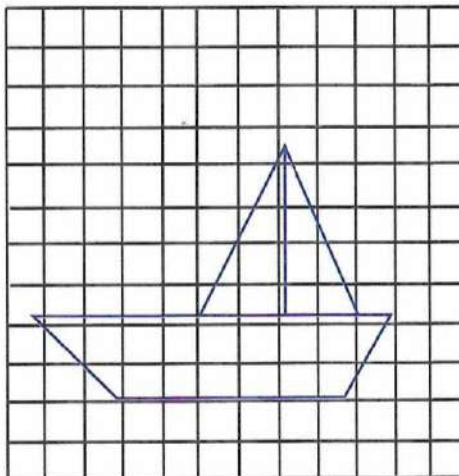
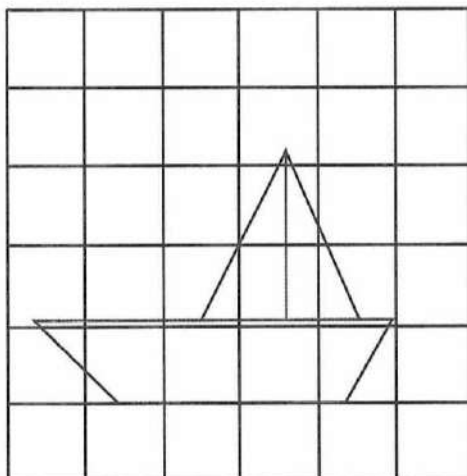
- A área do quadriculado delimitada pela linha **verde** chama-se **área por defeito**.
- A área do quadriculado delimitada pela linha **vermelha** chama-se **área por excesso**.

Quando utilizas quadriculados para calcular a área aproximada de uma figura, podes concluir que:

- a área da figura não depende do quadriculado;
- a melhor aproximação é dada através do uso do quadriculado mais fino.

Exercícios

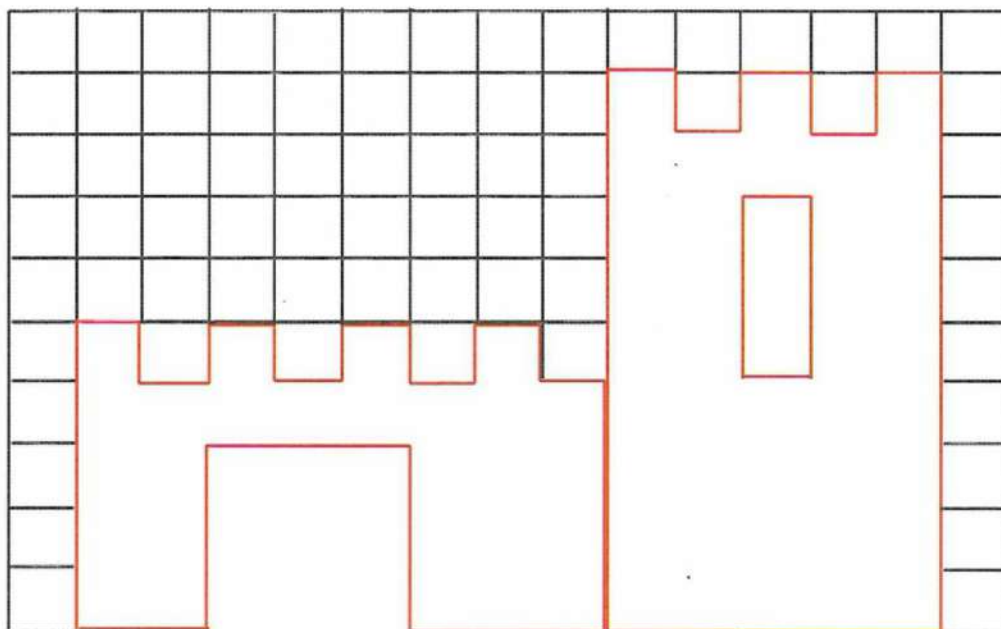
Considerando como unidades as áreas de  e , exprime, por enquadramento, a área da figura.



3.4. Áreas por decomposição

Tarefa de Investigação

Qual é a área da parte do castelo que se vê na figura?

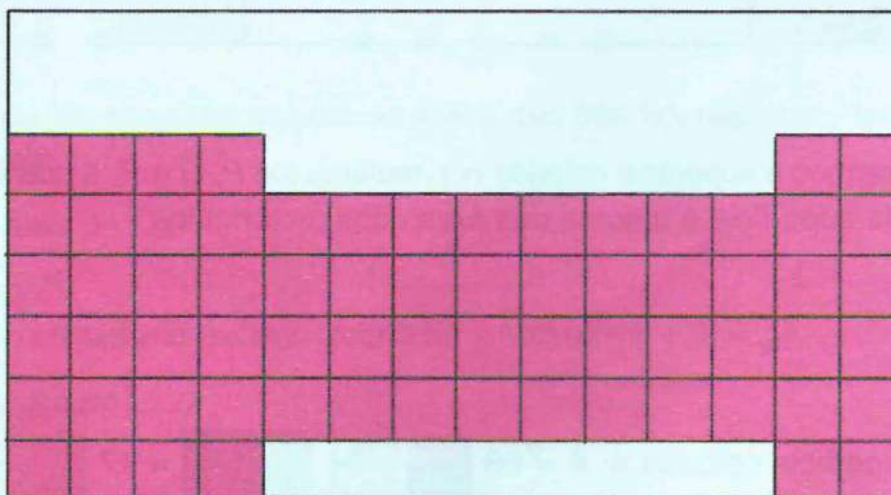


Investiga

- Sugestão 1: decompõe a figura em figuras tuas conhecidas.
- Sugestão 2: utiliza o quadriculado.

Informação

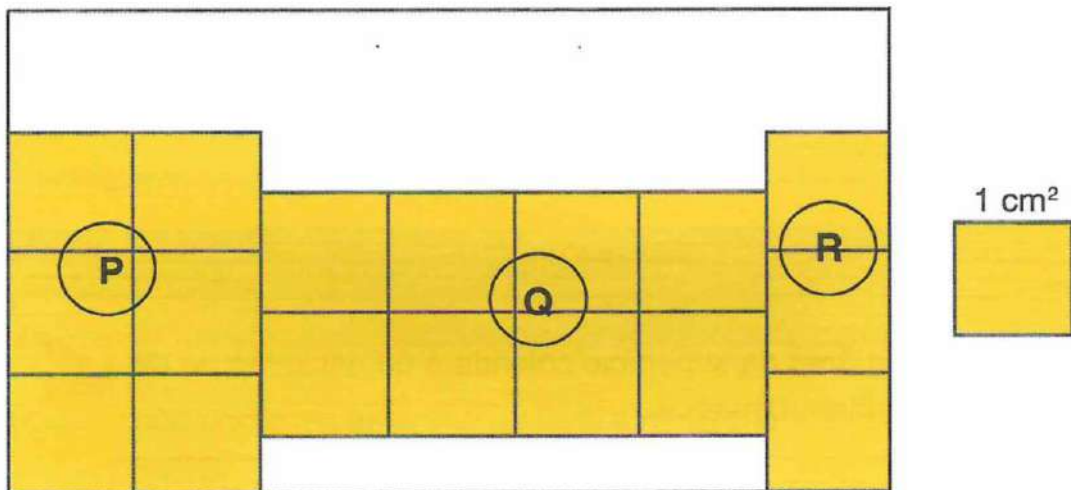
Na figura seguinte a área da superfície colorida é 68 unidades ou 68  , dado que o  é a unidade. **Observa.**



Se considerarmos a mesma figura mas uma outra unidade, por exemplo , então a área da superfície colorida é 34 unidades ou 34 , como podemos verificar na figura seguinte.



Se utilizarmos um quadriculado de 1 cm², a área da superfície colorida será 17 cm².



Se decomposermos a superfície colorida nos rectângulos *P*, *Q* e *R*, a sua área é 17 cm², porque a área da superfície é a soma das áreas dos rectângulos.

$$A_P = 6 \text{ cm}^2$$

$$A_Q = 8 \text{ cm}^2$$

$$A_R = 3 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{fig}} = (6 + 8 + 3) \text{ cm}^2 = 17 \text{ cm}^2$$

A área da superfície colorida é: $A = 68$  $= 34$  $= 17$  porque as unidades de área são todas diferentes.

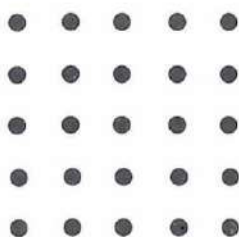
Podemos então concluir que:

- A área de uma figura **não depende da unidade escolhida**.
- Uma área representa-se por um número, seguido da unidade escolhida; a esse **número** chama-se **medida da área**.
- A medida da área é o número de vezes que a unidade de área “cabe” na área que se quer medir.
- A medida da área depende da unidade escolhida.

Exercícios

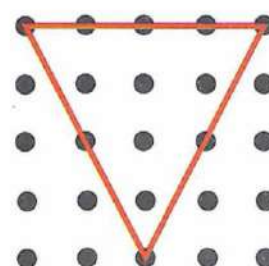
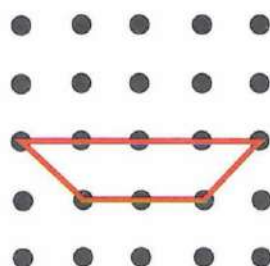
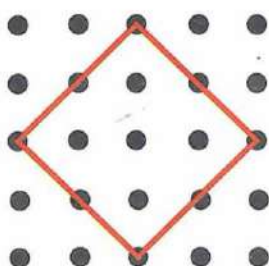
1. Considera como unidade de área a área do quadrado .

Copia a seguinte rede para o teu caderno, seis vezes.



- Desenha três polígonos, não geometricamente iguais, um em cada rede, cuja medida da área seja 7,5.
- Desenha um triângulo, em cada uma das outras três redes, cujas medidas de área sejam, respectivamente, 2, 3 e 4.

2. Observa as figuras a seguir representadas.



Com a ajuda do geoplano calcula as áreas das três figuras, considerando como unidade de área:

- $u \rightarrow$ a área de 

$$A = \underline{\hspace{2cm}} u$$

$$B = \underline{\hspace{2cm}} u$$

$$C = \underline{\hspace{2cm}} u$$

Quais são as superfícies equivalentes?

- $v \rightarrow$ a área de 

$$A = \underline{\hspace{2cm}} v$$

$$B = \underline{\hspace{2cm}} v$$

$$C = \underline{\hspace{2cm}} v$$

Quais são as superfícies equivalentes?

3.5. Unidades de área: unidades do sistema métrico e unidades agrárias

Tarefa de Investigação

O que são o mm^2 , o cm^2 e o dm^2 ?

Investiga

- Desenha em papel milimétrico:
 - um quadrado cuja área seja 1 mm^2 ;
 - um quadrado cuja área seja 1 cm^2 ;
 - um quadrado cuja área seja 1 dm^2 .

Informação

- A unidade fundamental do sistema métrico é o **metro quadrado** (m^2).
- O **hectare** (ha), o **are** (a) e o **centiare** (ca) são as **unidades agrárias** mais utilizadas na medição de áreas de terrenos agrícolas.
 O mm^2 é a área de um quadrado com **1 mm** de lado.
 O cm^2 é a área de um quadrado com **1 cm** de lado.
 O dm^2 é a área de um quadrado com **1 dm** de lado.
- Observa o quadro, onde encontras as unidades de área do sistema métrico e a respectiva correspondência com as unidades agrárias.

km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	
		ha		a		ca							
						2	0	0	0	3	0	1	
					8	7	4						
		3	9	0	5	2	1						
		1		9	8	0	0	3	7				
									4	3			
				4	3	5							

$$200030,1 \text{ cm}^2 = 20003010 \text{ mm}^2$$

$$874 \text{ m}^2 = 87400 \text{ dm}^2$$

$$390521 \text{ m}^2 = 3905,21 \text{ dam}^2$$

$$1980037 \text{ dm}^2 = 19800,37 \text{ m}^2$$

$$430 \text{ cm}^2 = 4,3 \text{ dm}^2$$

$$4350 \text{ m}^2 = 0,435 \text{ hm}^2$$

$$1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2$$

$$1 \text{ a} = 1 \text{ dam}^2$$

$$1 \text{ ca} = 1 \text{ m}^2$$

Exercícios

1. Copia para o teu caderno e escreve as unidades que faltam.

$$37 \text{ m}^2 \begin{cases} \times 100 = 37\dots \\ : 100 = 37\dots \end{cases}$$

$$4,6 \text{ cm}^2 \begin{cases} \times 100 = 4,6\dots \\ : 100 = 4,6\dots \end{cases}$$

2. Copia para o caderno e completa.

$$2,93 \text{ m}^2 = 293 \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ cm}^2$$

$$0,306 \text{ dm}^2 = 0,00306 \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ cm}^2$$

$$435 \text{ dam}^2 = \dots\dots\dots \text{ hm}^2 = \dots\dots\dots \text{ km}^2$$

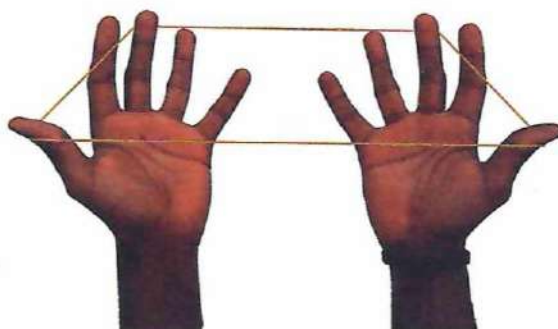
3.6. Perímetros e áreas de rectângulos

Tarefa de Investigação

Rectângulos com o mesmo perímetro terão a mesma área?

Investiga

Pega num fio, une as duas pontas com um nó e, com a ajuda do polegar e do indicador das duas mãos, forma rectângulos abrindo e fechando os dedos.



Desenha, em papel quadriculado, o maior número de rectângulos de que fores capaz e cuja medida do perímetro seja sempre 40 (considera como unidade a medida do lado de uma quadrícula).

- Constrói no teu caderno uma tabela com todos os casos que descobriste.
- Quantos rectângulos diferentes construístes com a medida do perímetro dado?
- Continua o preenchimento da tabela para outros casos, utilizando também números decimais.
- Preenche a coluna das áreas.
- Analisa esta coluna, relaciona-a com as outras duas e regista as conclusões que tirares.

c	l	Área

Informação

Vamos perceber como chegar à resposta da tarefa analisando um exemplo. Observa a tabela construída para rectângulos cuja medida do perímetro é 30.

- Não há apenas os rectângulos cujas dimensões estão registadas na tabela. Há todos os que se quiserem.
- Analisando a tabela podemos verificar que:
 - as medidas do comprimento e da largura podem ser números decimais;
 - a medida da largura pode ser maior do que a medida do comprimento (rectângulo ao alto);
 - quando a medida do comprimento diminui, a medida da largura aumenta porque: $c + l = 15$ (a soma do comprimento com a largura é metade do perímetro).

c	l	Área
15	0	0
14	1	14
12,5	2,5	31,25
10	5	50
8	7	56
7,5	7,5	56,25
7	8	56
5	10	50
2,5	12,5	31,25
1	14	14
0	15	0

- Para estes rectângulos ($P = 30$) a medida da área varia entre:
 $0 \longrightarrow$ caso em que o rectângulo se transforma num segmento de recta;
 e
 $56,25 \longrightarrow$ caso em que o rectângulo tem o comprimento igual à largura (quadrado).
- O rectângulo tem duas dimensões: o **comprimento** e a **largura**.
- O **perímetro** do rectângulo é o **dobro da soma do comprimento com a largura** do rectângulo.

$$P = 2 \times (c + l)$$

- A **área** do rectângulo é o **produto das duas dimensões**.

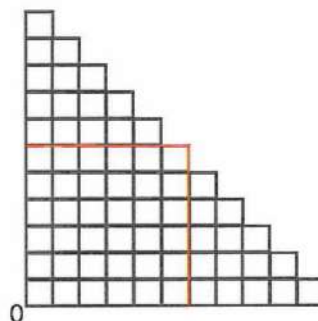
$$A = c \times l$$

- Quando se coloca o fio nos dedos e com ele se formam rectângulos, vê-se logo que a área varia. Voltando à situação descrita na tarefa de investigação e para a qual preencheste uma tabela, podes, a partir dela, concluir que:

Rectângulos diferentes com o mesmo perímetro não têm a mesma área.

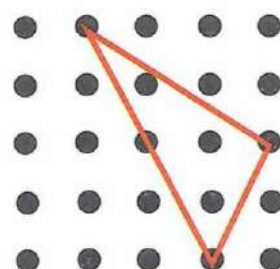
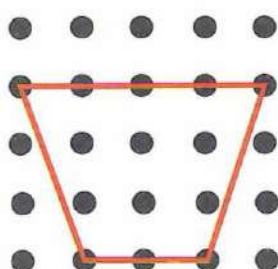
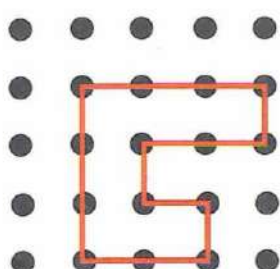
Podes construir uma figura como a seguinte, sobrepondo rectângulos, e verificar que:

- O rectângulo de área máxima é o quadrado.
- Os 11 rectângulos têm o mesmo perímetro.
- Os rectângulos estão sobrepostos e têm um vértice comum, o ponto O.



Exercícios

1. Constrói, no geoplano, figuras com perímetro 10. Calcula a área de cada uma delas.
2. Determina a área das seguintes figuras:



Informação

Já sabemos que rectângulos diferentes com o mesmo perímetro não têm a mesma área.

Vamos analisar o que se passa para o caso em que a área é 16. Observa os dados da tabela.

Podes verificar que:

- As medidas do comprimento e da largura podem ser números decimais.
- Quando a medida do comprimento aumenta a medida da largura diminui.
- A medida do perímetro do rectângulo varia entre:

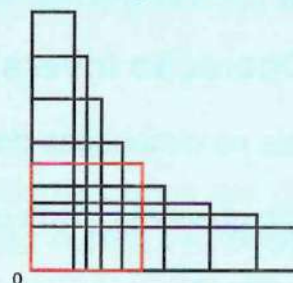
16 – caso em que o rectângulo se transforma num quadrado.

Um valor muito grande – caso em que o rectângulo se transforma num segmento de recta.

c	l	Perímetro
64	0,25	128,5
10	1,6	23,2
5	3,2	16,4
4	4	16
8	2	20
3,2	5	16,4
2	8	20
1	16	34
0,5	32	65
0,25	64	128,5

Podes concluir que:

- **Rectângulos diferentes com a mesma área não têm o mesmo perímetro.**
- O rectângulo com o **perímetro mínimo** é o **quadrado**. Constrói rectângulos com a mesma área e sobrepõe-nos de forma que fiquem com um vértice comum, para poderes verificar o que concluíste a partir dos valores da tabela.



3.7. Multiplicação e suas propriedades

Tarefa de Investigação

A multiplicação tem as mesmas propriedades que a adição?

Investiga

Usa as tabelas anteriores para verificares se a multiplicação:

- tem operação inversa;
- é comutativa;
- tem elemento neutro.

Informação

Tal como já aprendeste para a adição e para a subtracção, a multiplicação é uma operação que transforma dois números num só.

Por exemplo: $(2, 3) \xrightarrow{+} 2 + 3 \text{ ou } 5$

$(4, 3) \xrightarrow{-} 4 - 3 \text{ ou } 1$

$(2, 4) \xrightarrow{\times} 2 \times 4 \text{ ou } 8$

E se considerarmos:

$(3,5; 2,4) \xrightarrow{\times} 3,5 \times 2,4 \text{ ou } 8,4$

em que os **factores** são 3,5 e 2,4 e o produto de 3,5 por 2,4 é 8,4, verificamos que estes números também estão de acordo com a definição da operação multiplicação.

3.8. Operação Inversa da multiplicação

Quais as dimensões de um rectângulo cuja medida da área é 36?

Como observas, cada um dos factores obtém-se dividindo o produto pelo outro factor.

$$36 : 36 = 1$$

$$36 = 36 : 1$$

$$1 = 36 : 36$$

$$36 : 18 = 2$$

$$18 = 36 : 2$$

$$2 = 36 : 18$$

$$36 : 9 = 4$$

$$9 = 36 : 4$$

$$4 = 36 : 9$$

Podemos, assim, concluir que:

A multiplicação tem operação inversa: é a operação divisão.

3.9. Propriedade comutativa

Se observares os seguintes produtos podes verificar que:

$$8 \times 2 = 16$$

e

$$2 \times 8 = 16$$

$$3,2 \times 5 = 16$$

e

$$5 \times 3,2 = 16$$

O que prova que:

Se se trocar a ordem (comutar) a qualquer par de valores e se se efectuar o produto desses números, o resultado não se modifica em relação ao produto desses valores por ordem inversa. Provamos assim que a operação multiplicação é comutativa.

3.10. Propriedade da existência de elemento neutro

Como certamente sabes, neutro significa que não tem efeito sobre ou que não altera nada.

Assim, temos de encontrar um número que multiplicado por um outro qualquer tem como produto o número inicial. E qual será esse número?

Vamos chegar à conclusão que é o número 1.

$$1 \times 8 = 8 \times 1 = 8$$

$$3,2 \times 1 = 1 \times 3,2 = 3,2$$

A multiplicação tem um elemento neutro que é 1 (um).

3.11. Propriedade da existência do elemento absorvente

A palavra absorvente significa que “engole” aquilo que lhe está próximo.

Se forem números, o elemento absorvente engole o outro número ficando apenas ele próprio.

$$13 \times 0 = 0 \times 13 = 0$$

Estes produtos têm como resultado zero, bem como quaisquer outros em que um dos factores seja zero. Podemos dizer que numa multiplicação o zero (0) “engole” os outros números, logo:

A multiplicação tem elemento absorvente que é o zero.

3.12. Propriedade associativa

Vamos começar por falar do que significa associativa. Associar é juntar.

Logo, se associarmos os factores dum produto, como no exemplo:

$$\begin{aligned} 2 \times (3 \times 6) &= \\ &= 2 \times 18 = \\ &= 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2 \times 3) \times 6 &= \\ &= 6 \times 6 = \\ &= 36 \end{aligned}$$

verificamos que, seja qual for o método de cálculo, o resultado é sempre o mesmo. Logo, podemos dizer que:

A multiplicação é associativa.

3.13. Propriedade distributiva

A palavra distributiva significa que podemos distribuir algo por alguém ou por algum lado.

No caso da multiplicação temos de a relacionar com as duas operações que estudámos antes: a adição e a subtracção.

Se pensarmos na forma como calculamos o perímetro de um rectângulo, temos que:

$$67 + 1,5 = 68,5 \quad \text{e depois} \quad 2 \times 68,5 = 137$$

ou seja, adicionamos o comprimento com a largura e depois multiplicamos por 2:

$$(c + l) \times 2$$

Podemos também escrever:

$$67 \times 2 = 134 \quad 1,5 \times 2 = 3 \quad 134 + 3 = 137$$

ou seja $(c \times 2) + (l \times 2)$, onde os parênteses indicam as operações que se efectuam em primeiro lugar.

Então, podemos dizer que:

$$(67 \times 2) + (1,5 \times 2) = (67 + 1,5) \times 2$$

o que prova que:

A multiplicação é distributiva em relação à adição.

Podemos agora estudar se a multiplicação também é **distributiva em relação à subtracção**, desde que o aditivo seja maior que o subtrativo.

De uma forma simples, podemos escrever:

$2 \times (8 - 5) =$		$(2 \times 8) - (2 \times 5) =$
$= 2 \times 3 =$		$= 16 - 10 =$
$= 6$		$= 6$

Logo, $2 \times (8 - 5) = 2 \times 8 - 2 \times 5$, o que prova que:

A multiplicação é distributiva em relação à subtracção.

3.14. Aplicações da propriedade distributiva no cálculo

1. Calcular o valor de:

$$3 \times 32$$

Vamos começar por decompor 32 em $30 + 2$.

$$\begin{aligned}\text{Então: } 3 \times 32 &= 3 \times (30 + 2) \\ &= 3 \times 30 + 3 \times 2 \quad (\text{aplicou-se a propriedade distributiva}) \\ &= 90 + 6 \\ &= 96\end{aligned}$$

2. Calcular o valor de:

$$15 \times 97$$

Neste caso é mais útil considerarmos a propriedade distributiva em relação à subtracção, escrevendo:

$$97 = 100 - 3$$

$$\begin{aligned}\text{Então, temos: } 15 \times (100 - 3) &= 15 \times 100 - 15 \times 3 \\ &= 1500 - 45 \\ &= 1455\end{aligned}$$

3. Calcular o valor de:

$$235 \times 7 + 235 \times 3$$

Quando nos aparece uma expressão deste tipo, para efectuarmos o cálculo vamos utilizar a propriedade ao contrário, ou seja:

$$\begin{aligned}235 \times (7 + 3) &= 235 \times 10 \\ &= 2350\end{aligned}$$

4. Calcular o valor de:

$$37 \times 125 - 17 \times 125$$

A primeira coisa que fazemos é pôr em evidência o factor que é igual nos dois produtos, ou seja, o factor comum, neste caso 125.

$$\begin{aligned}\text{Escrevemos, então: } (37 - 17) \times 125 &= 20 \times 125 \\ &= 2500\end{aligned}$$

Todos estes cálculos podem efectuar-se mentalmente, usando a propriedade distributiva.

Exercícios

1. Calcula mentalmente.

$$38 \times 94 + 38 \times 6$$

$$36 \times 98$$

$$300 \times 101$$

$$203 \times 5 + 203 + 4 \times 203$$

2. Calcula a ordem de grandeza dos produtos seguintes e os resultados exactos.

$$27 \times 2$$

$$74 \times 5$$

$$603 \times 99$$

$$88 \times 4$$

3. Calcula mentalmente.

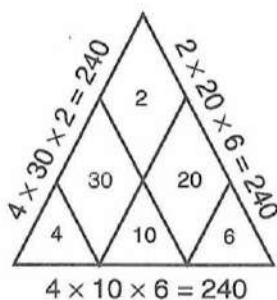
$$1,5 \times 6 \times 25 \times 4$$

$$1304 \times 13 \times 0 \times 2,34$$

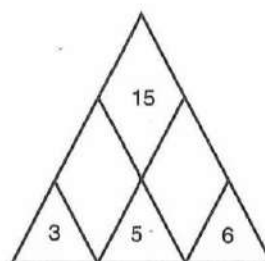
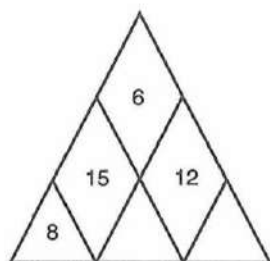
$$15 \times 352 \times 0 \times 3$$

$$12 \times 0,5 \times 15 \times 6$$

4. Observa o “triângulo mágico” para a multiplicação, designado desta forma porque os três produtos assinalados são iguais.



Copia para o teu caderno os triângulos seguintes e completa-os de forma a serem “mágicos”.



3.15. Potenciação

As figuras representam esquemas diferentes de árvores. Cada uma das árvores tem ramificações que acontecem segundo um dado esquema.

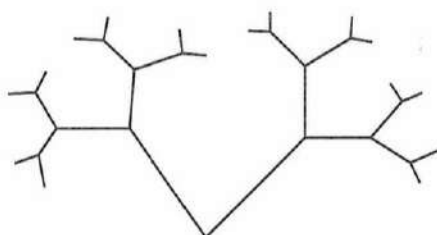


Fig. 1

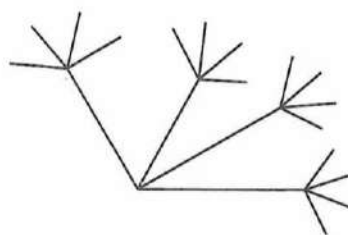


Fig. 2

Observa o tipo de ramificações. Quantos ramos irão aparecer no nível seguinte das ramificações?

E no nível a seguir?

3.16. Investiga

1. Regista no caderno o número de ramos de cada um dos três primeiros níveis.

Fig. 1

1.º nível – 2

2.º nível – 4

3.º nível –

Fig. 2

1.º nível – 4

2.º nível – 16

3.º nível –

2. Calcula o número de ramos dos três níveis seguintes através de um produto.

Fig. 1

4.º nível –

5.º nível –

6.º nível –

Fig. 2

4.º nível –

5.º nível –

6.º nível –

Informação

Como podes verificar, todos os números que escreveste podem representar-se por um produto de factores iguais a 2, no 1.º caso, e iguais a 4, no 2.º caso.

$$2 = 2$$

$$4 = 2 \times 2$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$4 = 4$$

$$16 = 4 \times 4$$

$$64 = 4 \times 4 \times 4$$

$$256 = 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

$$1024 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

$$4096 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

Para representar estes produtos de factores todos iguais podemos fazê-lo por meio de uma **potência**.

No 1.º caso: $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$ → potência

No 2.º caso: $16 = 4 \times 4 = 4^2$ → potência

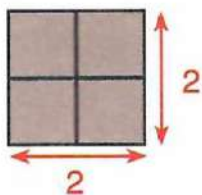
Potência de um número é um produto de factores iguais a esse número.

2^4 lê-se: 2 elevado a 4, quarta potência de 2 ou 2 elevado à quarta.

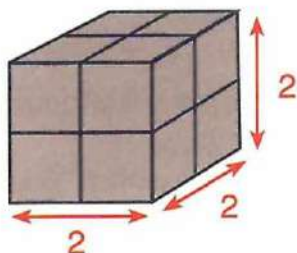
2 é a **base** (factor que se repete).

4 é o expoente (número de vezes que o factor se repete).

Nos casos de 2^2 e 2^3 as potências lêem-se dois ao quadrado e dois ao cubo, respectivamente, porque a primeira resulta de 2×2 que é o mesmo que



ou seja, o número de quadrados que formam o quadrado e a segunda resulta de $2 \times 2 \times 2$ que é o mesmo que:



ou seja, o número de cubos que constituem o cubo.

Exercícios

1. Representa sob a forma de potência.

5×5

$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$

$2 \times 10 \times 5$

$3 \times 3 \times 3$

$2 \times 2 \times 2 \times 2$

$4 \times 5 \times 20$

2. Transforma num produto de factores iguais.

6^3

0^4

11^2

1^5

3. Escreve os produtos seguintes sob a forma de uma só potência.

$2^2 \times 2^3$

$3^2 \times 3^4$

$5^2 \times 5^3$

4. Escreve os números seguintes sob a forma de um quadrado ou de um cubo.

$4;$

$8;$

$9;$

$16;$

$25;$

$27;$

$49;$

$64;$

81

5. Compara os números, utilizando um dos sinais $>$, $<$ ou $=$.

3^4

e

3^2

9^3

e

$3^2 \times 7^2$

8^7

e

$2^3 \times 4^3$

5^4

e

5^6

6. Escreve, sob a forma de uma única potência, os seguintes produtos:

$4^2 \times 5^2$

$2^5 \times 7^5$

7. Representa cada um dos números seguintes sob a forma de um produto em que um dos factores é uma potência de 10.

300

800

12 000

3 milhões

8. Calcula o valor das seguintes expressões.

$3^2 + 5^3$

$10^4 - 7^2$

$9^2 - 8^2$

$6^3 - 4^2 + 1^4$

3.17. Multiplicação por 10, 100, 1000, ...

Tarefa de Investigação

Descobre a regra que te permite multiplicar um número por uma potência de 10.

Investiga

Copia o quadro seguinte para o caderno e preenche-o.

	Milhares	Centenas	Dezenas	Unidades
2×10^2	0,2	2	20	200
$3,5 \times 10^3$	3,5	35	350	3500
$13,4 \times 10^4$				
3900×10^1				39 000

Informação

Como sabes, uma potência de base 10 é um produto de factores iguais a 10.
Por exemplo:

$10^1 = 10$

$10^2 = 10 \times 10 = 100$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

- Multiplicar 13 por 10 é o mesmo que multiplicar 13 por uma dezena, obtendo-se 13 dezenas ou 130 unidades, ou seja, o número fica 10 vezes maior.

- Multiplicar 14,9 por 10 é o mesmo que multiplicar 14,9 por uma dezena. Obtêm-se 14,9 dezenas ou 149 unidades, ou seja, o número ficou 10 vezes maior.

$$14,9 \times 10 = 149$$

$$14,9 \times 10^1 = 14,9 \times 1 \text{ dezena} = 14,9 \text{ dezenas}$$

$$23,7 \times 10^3 = 23,7 \times 1000 = 237 \times 100 = 237 \times 1 \text{ centena} = 23\,700$$

Podemos, assim, concluir que:

- Quando multiplicamos um número por 10 acrescentamos-lhe um zero à direita, se o número for inteiro, e deslocamos a vírgula uma casa para a direita, se o número for decimal.
- De forma análoga, quando multiplicamos um número por 10^2 (100), 10^3 (1000), ... acrescentamos-lhe dois, três, ... zeros à direita, se o número for inteiro, e deslocamos a vírgula duas, três, ... casas para a direita, se o número for decimal.

Exercícios

1. Copia e completa.

$$325 \times \underline{\hspace{2cm}} = 3250$$

$$0,0325 \times \underline{\hspace{2cm}} = 32,5$$

$$325 \times \underline{\hspace{2cm}} = 32\,500$$

$$3,25 \times \underline{\hspace{2cm}} = 3250$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \times 10 = 32,5$$

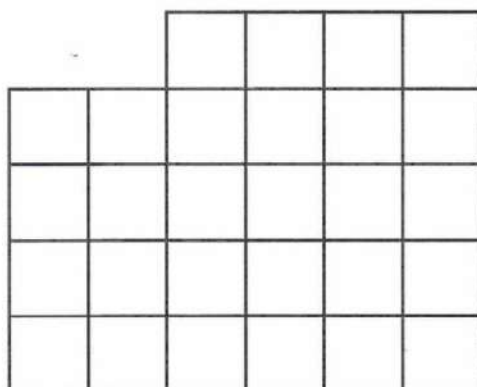
$$\underline{\hspace{2cm}} \times 100 = 325$$

2. Copia o quadro para o teu caderno e completa-o.

 $\times$	2	13	1,7	2,35	0,001
10					
100					
1000					

Exercícios e Problemas

1. Copia para o teu caderno e, utilizando o quadriculado, divide a figura em duas partes geometricamente iguais.



2. Constrói um rectângulo, a teu gosto, e determina a sua área. Desenha uma diagonal. Qual a área de cada uma das partes?
3. Uma esferográfica custa 3000 dobras. Quanto custam 100 esferográficas?
4. Sabendo que $246 \times 37 = 9102$, descobre o valor de cada um dos produtos, sem fazeres cálculos escritos.

$$2,46 \times 3700$$

$$2460 \times 370$$

$$0,246 \times 37\,000$$

$$2,46 \times 3,7$$

5. Copia as operações para o teu caderno e escreve os algarismos que faltam.

$$\begin{array}{r} _ \ 1 \ 3 \\ \times \ _ \ 7 \\ \hline 3 \ 5 \ _ _ \\ _ _ _ \ 9 \\ \hline _ _ _ _ _ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \ _ \ 6 \\ \times \ \ 3 \ _ \\ \hline _ _ _ \ 4 \\ _ _ _ _ _ \\ \hline _ \ 5 \ _ _ \ 4 \end{array}$$

6. Sem efectuares cálculos escritos, explica porque são falsos os seguintes resultados:

$$234 \times 15 = 1416$$

$$423 \times 1,5 = 6345$$

$$128 \times 12 = 14\,760$$

$$860 \times 35 = 30\,120$$

7. Copia para o teu caderno e completa.

$$37 \text{ m}^2 + \text{---} \text{ m}^2 = 1 \text{ dam}^2$$

$$\text{---} \text{ hm}^2 - 27 \text{ hm}^2 = 1 \text{ m}^2$$

$$18 \text{ dam}^2 + 30 \text{ dam}^2 = \text{---} \text{ dm}^2$$

8. Quatro terrenos, A, B, C e D, têm de área, respectivamente, $0,3 \text{ km}^2$, 204 ha , 3003 a e 6060 dam^2 .

Coloca-os por ordem crescente da sua área.

9. Adiciona as seguintes áreas:

- $2,73 \text{ m}^2$; $35\,490 \text{ dm}^2$; 5003 cm^2 , exprimindo o resultado em dm^2 ;
- $42,25 \text{ hm}^2$; $103,27 \text{ a}$; $4,8 \text{ ca}$, exprimindo o resultado em m^2 .

10. Escolhe e assinala o resultado exacto. Justifica a tua resposta para cada um dos produtos seguintes, sem efectuares as multiplicações.

• 307×23

• 47×58

6031

5061

7061

1726

726

2726

11. Numa roça estão cultivados $17,23 \text{ ha}$ de cacau, 324 a de café e 109 ca de mandioca.

Sabendo que a roça tem $32,89 \text{ ha}$, calcula, em ca , a área não cultivada.

12. Dois terrenos, um quadrado e outro rectangular, têm o mesmo perímetro.

O terreno rectangular tem 27 m de largura e 1215 m^2 de área. Qual o comprimento do lado do terreno com forma quadrada?

13. Sem efectuares os cálculos, coloca por ordem decrescente os seguintes produtos:

$$15 \times 62$$

$$840 \times 37$$

$$37 \times 98$$

$$37 \times 15$$

$$15 \times 13$$

$$19 \times 15$$

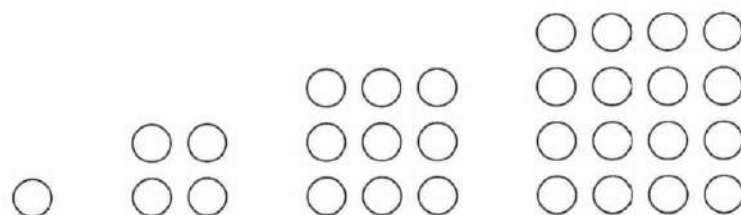
14. Calcula o valor de cada uma das seguintes potências:

3^1 ; 3^2 ; 3^3 ; 3^4 ; 3^5 ; 3^6 ; 3^7 ; 3^8 .

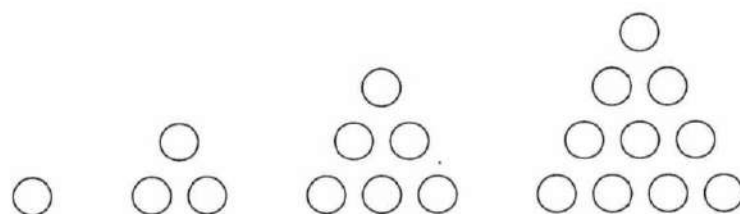
15. Será possível saberes qual é o algarismo das unidades de qualquer potência de 3, sem calculares essa potência?

Se sim, qual será o algarismo das unidades de 316?

16. Analisa as sequências de figuras representadas a seguir. Copia-as para o teu caderno e desenha a figura seguinte. Escreve por baixo de cada uma das figuras o número de bolas que tem:



(Números quadrangulares)



(Números triangulares)

17. Um terreno de forma rectangular tem 230 m de perímetro. Sabendo que o terreno tem de comprimento mais 27 m que de largura, calcula as suas dimensões.

18. Em cada uma das sequências em linha qual é o número seguinte?

E o décimo quinto?

2	6	18	54
10	100	1000	10 000
0,25	0,5	1	2

UNIDADE 4

Divisão

4. DIVISÃO

4.1. Divisão com números inteiros

Tarefa de Investigação

Subtrai sucessivamente 13 a 124, tantas vezes quantas as possíveis.

És capaz de traduzir todas as operações que efectuaste numa só?

Investiga

- Quantas vezes foi possível tirar 13 de 124?
- Se pensares um pouco, já deves ser capaz de resolver o problema.

Informação

Vamos analisar em pormenor uma situação idêntica, para te ajudar.

O Wilson levou para a escola 28 cajamangas. Dos seus colegas, o Ulisses pediu-lhe 4, o Fernando outras 4 e em seguida ele foi distribuindo 4 cajamangas a cada um dos outros colegas. Quando chegou ao fim não lhe sobrou qualquer cajamanga.

Quantos colegas tem o Wilson?

A resolução passa por fazer o seguinte:

$$28 - 4 = 24$$

$$16 - 4 = 12$$

$$4 - 4 = 0$$

$$24 - 4 = 20$$

$$12 - 4 = 8$$

$$20 - 4 = 16$$

$$8 - 4 = 4$$

Subtraí 7 vezes o valor 4 do número inicial de cajamangas que era 28.

Podemos, assim, concluir que os colegas do Wilson são sete.

Não é possível calcular o número de colegas do Wilson com uma única operação?

Claro que sim. Teremos $28 : 4 = 7$.

Dividir por um número significa subtrair sucessivamente esse número.

O quociente é o número de vezes que se subtrai. Por isso se diz: “em 28 quantas vezes há 4?”. Há 7, ou seja, em 28 o 4 cabe 7 vezes.

Tenta, agora, resolver a tarefa que te propusemos.

4.2. Divisão – operação inversa da multiplicação

Já aprendeste que a divisão é a operação inversa da multiplicação.

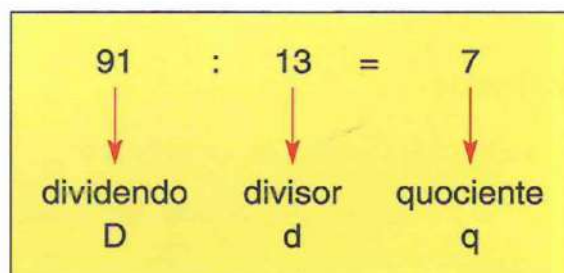
Qualquer factor obtém-se dividindo o produto pelo outro factor.

Exemplo: $13 \times 7 = 91$ $\left\{ \begin{array}{l} 91 : 13 = 7 \\ 91 : 7 = 13 \end{array} \right.$

Como sabes, a **divisão** é uma operação que transforma dois números num só.

Isto significa que:

- Se dividirmos 91 por 13 obtemos 7.
- 91 é o **dividendo**, 13 é o **divisor** e 7 é o **quociente**.
- $91 : 13 = 7$ lê-se: o quociente de 91 por 13 é 7.



Podemos, então, escrever:

$$D : d = q \quad \text{ou} \quad D = q \times d$$

- O **dividendo** é o produto do **quociente** pelo **divisor**.
- A divisão efectuada só com números inteiros nem sempre é possível.

Por exemplo, para $91 : 14$ dizemos que a divisão não é possível porque não há nenhum número inteiro que multiplicado por 14 dê 91.

$$6 \times 14 = 84 \quad 7 \times 14 = 98$$

Se quiséssemos trabalhar com números decimais, a divisão já era possível:

$$91 : 14 = 6,5$$

- Será a multiplicação a operação inversa da divisão?

Verifiquemos essa possibilidade:

$$\begin{array}{ccc} & 91 : 13 = 7 & \\ \swarrow & & \searrow \\ 91 = 7 \times 13 & & 13 \neq 7 \times 91 \end{array}$$

Na divisão, o divisor não é igual ao produto do quociente pelo dividendo.

Podemos, por isso, dizer que a **multiplicação não é a operação inversa da divisão**.

4.3. Múltiplos de um número

Tarefa de Investigação

O Sr. Jorge decidiu fazer embalagens para os chocolates que tem na fábrica. Resolveu distribuí-los por embalagens de 6 e de 12.

Quantos chocolates tinha o Sr. Jorge na fábrica sabendo que este número está compreendido entre 80 e 90?

Investiga

O Sr. Jorge pode ter utilizado 12 embalagens de 6 e duas embalagens de 12?

Informação

No problema que acabaste de resolver, o número de chocolates nas caixas de 6 é múltiplo de 6. O número de chocolates embalados em caixas de 12 é múltiplo de 12.

Isto é, se o número de chocolates fosse 60:

60 é múltiplo de 6 $\longrightarrow$ porque $10 \times 6 = 60$

60 é múltiplo de 12 $\longrightarrow$ porque $5 \times 12 = 60$

Mas 60 não é a solução do problema, porque 60 não está compreendido entre 80 e 90.

- Para obter **múltiplos de um número**, multiplica-se esse número por um número inteiro qualquer.

Comecemos com um exemplo. Queremos obter os múltiplos de 6:

$$0 \times 6 = 0$$

$$1 \times 6 = 6$$

$$2 \times 6 = 12$$

$$3 \times 6 = 18$$

...

0, 6, 12, 18, ... são múltiplos de 6

ou

6 é divisor de 0, 6, 12, 18, ... porque é possível obter números que, multiplicados por 6, dêem 0, 6, 12, 18, ...

- Será que 90 é múltiplo de 5?

$$90 : 5 = 18$$

R.: 90 é múltiplo de 5 porque existe um número (18) que multiplicado por 5 dá 90, isto é, $18 \times 5 = 90$.

- Será que 0 (zero) é múltiplo de 5? E de 10? E de 25?

$$0 : 5 = 0$$

$$0 : 10 = 0$$

$$0 : 25 = 0$$

R.: Zero (0) é múltiplo de 5 porque existe um número que multiplicado por 5 dá 0 (zero), isto é, $0 \times 5 = 0$.

O mesmo acontece com qualquer um dos outros números. Por isso, dizemos que **zero é múltiplo de todos os números**.

- Os múltiplos de um número formam um conjunto infinito, isto é, não podemos dizer qual é o último elemento; existe sempre mais um.

Exemplo: $M_6 = \{\text{múltiplos de 6}\} = \{0, 6, 12, 18, \dots\}$



conjunto dos múltiplos de 6

- Qual é o número compreendido entre 30 e 40 que é múltiplo de 4 e de 6?

$\{\text{múltiplos de 4 menores que 40}\} = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, \mathbf{36}\}$

$\{\text{múltiplos de 6 menores que 40}\} = \{0, 6, 12, 16, 18, 24, 30, \mathbf{36}\}$

R.: O número é 36.

4.4. Divisores de um número

Tarefa de Investigação

O Carlos foi pescar com os amigos. Como tinham barcos em número suficiente, decidiram que fosse o mesmo número de amigos em cada barco.

Descobre todas as hipóteses de os 19 amigos se agruparem nos barcos.

Investiga

Este grupo de 19 amigos poderá ter utilizado 7 barcos?

Informação

- Todos os números que encontraste como resposta para a tarefa anterior são divisores de 18.
- Para obteres os divisores de um número, tens de encontrar dois números cujo produto seja o número dado.

Vamos explorar algumas situações.

Para obtermos divisores de 10:

$$1 \times 10 = 10$$

$$2 \times 5 = 10$$

1, 2, 5 e 10 são divisores de 10 porque é possível dividir 10 por qualquer um destes números.

Podemos, então, escrever:

$$D_{10} = \{\text{divisores de 10}\} = \{1, 2, 5, 10\}$$



conjunto dos divisores de 10

- **O conjunto dos divisores é um conjunto finito**, isto é, podes enumerar todos os elementos do conjunto.
- **O 1 é divisor de qualquer número.**
- **Qualquer número é divisor de si próprio.**

Exemplos:

$$D_4 = \{1, 2, 4\}$$

$$D_{16} = \{1, 2, 4, 8, 16\}$$

$$D_{13} = \{1, 13\}$$

$$D_{21} = \{1, 3, 7, 21\}$$

4.5. Números primos

Como podes verificar nos exemplos apresentados há **números que só têm dois divisores: a unidade e o próprio número**. Esses números chamam-se **números primos**.

$$D_5 = \{1, 5\}$$

$$D_{17} = \{1, 17\}$$

- São números primos menores que 20:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 e 19

- **O número 1 não é um número primo.**

Exercícios

1. Representa em extensão os conjuntos:

$$D_{15}; \quad D_{17}; \quad D_{24}; \quad D_{30}$$

2. Representa em compreensão os conjuntos:

$$D_3; \quad D_{13}; \quad D_{21}$$

3. Escreve todos os números primos que podes encontrar entre 21 e 49.

4. Penso num número, multiplico-o por 3, adiciono-lhe 4,7 e encontro 31,7.

Qual é o número?

4.6. Propriedade da invariância do quociente

Actividade

Calcula:

$$350 : 25$$

$$350 \times 2$$

$$700 : 50$$

$$25 \times 2$$

$$60 : 12$$

$$60 \times 4$$

$$240 : 48$$

$$12 \times 4$$

$$1500 : 75$$

$$1500 : 3$$

$$500 : 25$$

$$75 : 3$$

$$2625 : 105$$

$$2625 : 5$$

$$525 : 21$$

$$105 : 5$$

Informação

Ao realizares a actividade anterior deves ter verificado que:

$$350 : 25 \quad \text{e} \quad 700 : 50$$

têm o mesmo quociente.

Podemos, assim, dizer que:

$$350 : 25 = 700 : 50$$

Também podemos afirmar que:

$$350 : 25 = 70 : 5 = 280 : 20 = 28 : 2$$

Como será que isto acontece?

É apenas a observação de uma propriedade da divisão – **propriedade da invariância do quociente**.

É possível dizer que:

Dado um quociente qualquer ($\neq 0$):

pode dividir-se ou multiplicar-se o dividendo e o divisor pelo mesmo número, que o quociente permanece igual.

$$\underbrace{36 : 4 = 9}_{9} = \underbrace{18 : 2}_{9}$$

porque

$$36 : 2 = 18$$

$$4 : 2 = 2$$

$$\underbrace{36 : 4 = 9}_{9} = \underbrace{252 : 28}_{9}$$

porque

$$36 \times 7 = 252$$

$$4 \times 7 = 28$$

Esta propriedade vai ser utilizada muitas vezes quando estudares os números racionais e vai ser-te muito útil.

Exercícios

1. Observa com atenção as divisões efectuadas.

$$1037 : 17 = 61$$

$$3975 : 75 = 53$$

$$1215 : 81 = 15$$

$$56\,448 : 48 = 1176$$

Sem efectuares qualquer operação escrita, descobre o valor dos seguintes quocientes:

$$(56\,448 : 16) : (48 : 16)$$

$$(1215 : 27) : (81 : 27)$$

$$(3975 \times 34) : (75 \times 34)$$

$$(1037 \times 13) : (17 \times 13)$$

2. Se contares sem parar de 19 em 19, a partir de 19, podes encontrar o número 190? E 1900? E 3909? E 5919?
3. Copia para o teu caderno e completa os quadros seguintes:

	Quadrados		
Perímetro (em cm)	58	316	4028
Lado (em cm)			

	Rectângulos		
Perímetro (em cm)	295	402	108
Comprimento (em cm)	23		35
Largura (em cm)		17	

4. Verifica se:

25 é divisor de 700

48 é divisor de 324

100 é divisor de 6900

4.7. Divisão com resto

Tarefa de Investigação

No regresso da escola, a Jessica passou por um vendedor ambulante e não resistiu a comprar alguns rebuçados. Quando chegou a casa distribuiu-os equitativamente por si e pelos seus três irmãos. Os que sobraram deu à mãe. Com quantos rebuçados pode ter ficado a mãe?

Investiga

Poderá a mãe ter recebido 4 rebuçados?

Informação

A divisão com resto é uma operação que a dois números faz corresponder dois números.

Isto significa que:

Se dividirmos 28 por 3 obtemos 9 e 1;

Se dividirmos 50 por 5 obtemos 10 e 0;

$$\begin{array}{r} 28 \overline{) 3} \\ -27 \\ \hline 01 \end{array}$$

28 é o **dividendo**, 3 é o **divisor**, 9 é o **quociente** e 1 é o **resto**;
 50 é o **dividendo**, 5 é o **divisor**, 10 é o **quociente** e 0 é o **resto**.
 $28 : 3 \neq 9$ porque o resto é 1;
 $50 : 5 = 10$ porque o resto é 0.

Quando o resto é zero, a divisão chama-se divisão exacta.

4.8. Propriedade fundamental da divisão

$$\begin{array}{ccccccc}
 28 & = & 3 & \times & 9 & + & 1 \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 \text{Dividendo} & & \text{divisor} & & \text{quociente} & & \text{resto} \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 50 & = & 5 & \times & 10 & + & 0
 \end{array}$$

$$D = d \times q + r$$

com $d \neq 0$ e $r < d$

- A divisão é impossível se o divisor for igual a 0 (zero). Numa divisão o resto tem de ser sempre menor que o divisor.
- Na operação de divisão, o dividendo obtém-se multiplicando o divisor pelo quociente e adicionando o resto.

$$D = d \times q + r$$

- A esta propriedade chama-se **propriedade fundamental da divisão**.

4.9. Valor aproximado de um quociente: dízimas

Numa divisão, quando o resto é diferente de zero, o quociente é um valor aproximado do quociente exacto.

Exemplos:

$$\begin{array}{r}
 1349 \overline{) 8} \\
 54 \\
 \underline{69} \\
 5
 \end{array}$$

$$1349 : 8 \neq 168$$

$$\begin{array}{r}
 1349,000 \overline{) 8} \\
 54 \\
 \underline{69} \\
 50 \\
 \underline{20} \\
 40 \\
 \underline{0,000}
 \end{array}$$

quociente
calculado às milésimas

$$1349 : 8 = 168,625$$

Logo, podemos dizer que 168 é um valor aproximado, às unidades, do quociente exacto 168,625.

- Quando o quociente é um número decimal chama-se dízima.

4.9.1. Dízima Finita

$$\begin{array}{r}
 1349,000 \quad | \quad 8 \\
 \underline{54} \\
 69 \\
 \underline{50} \\
 20 \\
 \underline{40} \\
 0,000
 \end{array}$$

Quando se aproxima o quociente e se obtém uma dízima exacta, diz-se que a **dízima é finita**.

$$\begin{array}{ll}
 1349 : 8 = 168,625 & \longrightarrow \text{quociente calculado às milésimas} \\
 1349 : 8 = 168 & \longrightarrow \text{quociente aproximado às unidades} \\
 1349 : 8 = 168,6 & \longrightarrow \text{quociente aproximado às décimas} \\
 1349 : 8 = 168,62 & \longrightarrow \text{quociente aproximado às centésimas}
 \end{array}$$

4.9.2. Dízima Infinita Periódica

$$\begin{array}{r}
 1571,000 \quad | \quad 6 \\
 \underline{37} \\
 11 \\
 \underline{50} \\
 20 \\
 \underline{20} \\
 0,002
 \end{array}$$

Quando se aproxima o quociente e não se obtém uma dízima exacta, diz-se que a **dízima é infinita periódica**.

$$1571 : 6 \neq 261,833$$

Ao algarismo ou algarismos que se repetem indefinidamente no quociente chama-se **período da dízima**.

Podemos, então, escrever:

$$1571 : 6 \neq 261,8(3) \longrightarrow \text{o período da dízima coloca-se dentro de parênteses.}$$

Exercícios

1. Copia para o teu caderno e completa o quadro ao lado:

Dividendo	361		3411
Divisor		202	127
Quociente	23	36	
Resto	0	19	

2. Numa divisão de resto zero, o divisor é 39 e o quociente é o dobro.

Qual é o dividendo?

3. Calcula os quocientes seguintes:

$$3,2 : 0,4$$

$$35 : 2,5$$

$$133 : 14$$

Atendendo aos resultados obtidos e sem fazeres cálculos, descobre o valor de:

$$32 : 4$$

$$3500 : 2,5$$

$$(133 \times 7) : (14 \times 7)$$

$$3,2 : 0,04$$

$$0,35 : 250$$

$$13,3 : 14$$

$$1,33 : 140$$

$$(35 \times 14) : (2,5 \times 14)$$

$$(3,2 \times 9) : (0,4 \times 9)$$

4. Não efectues cálculos.

Para cada um dos casos indica três divisões que dão o mesmo quociente que as seguintes:

$$\bullet 44,6 : 14$$

$$\bullet 305,2 : 104$$

$$\bullet 135 : 27$$

5. O diâmetro do Sol é aproximadamente 1 392 000 km, isto é, cerca de 109 vezes maior que o da Terra. Qual é o diâmetro da Terra?

4.10. Critérios de divisibilidade por 2 e por 3

Tarefa de Investigação

No recreio, os alunos organizaram o seguinte jogo:

Todos correm à volta de uma árvore, excepto o professor que fica de fora para apitar. Quando ele apita os alunos param e formam rapidamente grupos de 5. Apenas um aluno fica de fora.

Seguidamente, fazem o mesmo mas formam grupos de 3, depois de 2 e por fim de 6. Com grande espanto dos alunos houve sempre um que ficou de fora.

Descobre quantos alunos estão no recreio, sabendo que no máximo são 40.

Investiga

Se nunca tivesse ficado nenhum aluno sozinho a turma poderia ter 24 alunos?

Informação

- Um número é divisível por outro se a divisão por ele for exacta.

Exemplo:

360 é divisível por 4 porque a divisão de 360 por 4 é exacta.

$$360 : 4 = 90$$

- Um número é divisível por outro se for múltiplo dele.

Exemplo:

- 40 é divisível por 10 porque 40 é múltiplo de 10.
- 15 é divisível por 3 porque 15 é múltiplo de 3.

Dos números abaixo indicados, quais são divisíveis por 2?

8 17 21 45 122 303 914

4.10.1. Divisibilidade por 2

23 é divisível por 2?

$$\begin{array}{r} 23 \quad | \quad 2 \\ 23 \quad 11 \\ 03 \\ 1 \end{array}$$

- 23 não é divisível por 2, porque o resto é 1.

30 é divisível por 2?

$$\begin{array}{r} 30 \quad | \quad 2 \\ 10 \quad 15 \\ 0 \end{array}$$

- 30 é divisível por 2, porque o resto é 0.

- Para o **divisor 2**, quando dividimos qualquer número por 2 só podemos obter resto 0 ou resto 1 porque, numa divisão, o resto tem de ser menor que o divisor.
- Quando dividimos qualquer número par por 2, o resto é sempre zero.
- **Um número é divisível por 2 quando for um número par.**

Exemplo:

1002, 324, 74, 66 $\longrightarrow$ são números divisíveis por 2.

4.10.2. Divisibilidade por 3

31 é divisível por 3?

$$\begin{array}{r} 31 \quad | \quad 3 \\ 01 \quad 10 \end{array}$$

- 31 não é divisível por 3, porque o resto é 1.

21 é divisível por 3?

$$\begin{array}{r} 21 \quad | \quad 3 \\ 0 \quad 7 \end{array}$$

- 21 é divisível por 3, porque o resto é 0.

32 será divisível por 3?

$$\begin{array}{r} 32 \quad | \quad 3 \\ 02 \quad 10 \end{array}$$

- 32 não é divisível por 3 porque o resto é 2.

Para o **divisor 3**, podemos ter três casos:

resto 0, resto 1 e resto 2

- Um número é divisível por 3 quando a soma dos seus algarismos for divisível por 3.

Exemplos:

- 234 é divisível por 3 porque:

– a soma dos seus algarismos é divisível por 3.

$$2 + 3 + 4 = 9 \longrightarrow 9 \text{ é divisível por } 3.$$

- 434 não é divisível por 3 porque:

– a soma dos seus algarismos não é divisível por 3.

$$4 + 3 + 4 = 11 \longrightarrow 11 \text{ não é divisível por } 3.$$

4.11. Critérios de divisibilidade por 5 e por 10

4.11.1. Divisibilidade por 5

Os números 20, 21, 22, 23, e 24 serão divisíveis por 5?

$$\begin{array}{r} 20 \quad | \quad 5 \\ 0 \quad 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \quad | \quad 5 \\ 1 \quad 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \quad | \quad 5 \\ 2 \quad 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \quad | \quad 5 \\ 3 \quad 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \quad | \quad 5 \\ 4 \quad 4 \end{array}$$

20 é divisível por 5 porque o resto é zero; os outros números, 21, 22, 23 e 24, não são divisíveis por 5, porque o resto não é zero mas sim 1, 2, 3 e 4, respectivamente.

- Como acabámos de verificar, para o **divisor 5** podemos ter 5 restos: resto 0, resto 1, resto 2, resto 3 e resto 4.
- Um número é divisível por 5 quando o algarismo das unidades for 0 ou 5.

Exemplo:

160 ou 425 são divisíveis por 5.

4.11.2. Divisibilidade por 10

Calcula o resto das divisões de:

40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48 e 49 por 10

Dividendo	Divisor	Resto
40	10	
41		
42		
43		
44		
45		
46		
47		
48		
49		

Verificaste que:

- Para o divisor 10 há 10 restos:
resto 0, resto 1, resto 2, resto 3, resto 4, resto 5, resto 6, resto 7, resto 8 e resto 9.
- Um **número é divisível por 10 quando o algarismo das unidades for 0.**

Exemplos:

30; 400; 2030 são divisíveis por 10.

Exercícios

1. Dos números abaixo indicados, quais são divisíveis por 3?

13 30 201 444 503

2. Dos números abaixo indicados, quais são divisíveis por 5?

5 15 32 55 475

3. Dos números abaixo indicados, quais são divisíveis, ao mesmo tempo, por 2 e por 5?
20 46 70 115 3
4. Quais são os números divisíveis por 3 compreendidos entre 80 e 100?
5. Com os algarismos 0, 1 e 2 escreve um número de modo que seja:
- divisível por 2;
 - divisível por 3;
 - divisível por 5.

4.12. Divisão de um número por 10, 100, 1000, ...

Tarefa de Investigação

Descobre uma regra que te permita dividir um número por 10, 100, 1000.

Investiga

Copia o quadro para o teu caderno e completa-o.

	Unidades	Décimas	Centésimas	Milésimas
$3500 : 10$		3500		
$237 : 10^2$			237	
$4,7 : 10^2$				47
$72\,405 : 10^3$				72\,405

Informação

- Dividir um número por 10 significa torná-lo 10 vezes menor. Quando queremos tornar um número **10 vezes menor**:
 - Colocamos **uma** casa decimal se for número inteiro.

Exemplo:

$$390 : 10 = 39,0 = 39$$

- Deslocamos a vírgula uma casa para a esquerda se for número decimal.

Exemplo:

$$37,4 : 10 = 3,74$$

- Dividir um número por 100 significa torná-lo **100 vezes menor**.

Quando queremos tornar um número **100 vezes menor**:

- Colocamos duas casas decimais se for número inteiro.

Exemplo:

$$3240 : 100 = 32,40 = 32,4$$

- Deslocamos a vírgula duas casas para a esquerda, se for número decimal.

Exemplo:

$$23,7 : 100 = 0,237$$

- Quando se divide um número por 10, 100, 1000 ele torna-se 10, 100, 1000 vezes menor.

Exercícios

1. Calcula os seguintes quocientes:

$240 : 10$

$405 : 10$

$7,3 : 10$

$0,08 : 10$

$240 : 100$

$405 : 100$

$7,3 : 100$

$0,08 : 100$

$240 : 1000$

$405 : 1000$

$7,3 : 1000$

$0,08 : 1000$

2. Copia para o teu caderno e completa.

$1300 : \underline{\quad} = 13,0$

$1300 : \underline{\quad} = 1,3$

$1300 : \underline{\quad} = 13$

3. Cada são-tomense bebe, em média, 97 litros de leite por ano. Que quantidade de leite bebe cada são-tomense, em média, por dia?

4. Repara no exemplo:

$$23,5 = 235 : 10 = 2350 : 100$$

Procede, de forma análoga, com os seguintes números:

$23,8$

$17,06$

$0,307$

4.13. Multiplicação de um número por 0,1; 0,01; 0,001; ...

Tarefa de Investigação

Descobre a regra que te permite multiplicar um número por 0,1; 0,01; 0,001.

Investiga

Copia o quadro para o teu caderno e completa-o.

	Unidades	Décimas	Centésimas	Milésimas
$3800 \times 0,1$		3800		
$403 \times 0,01$			403	
$80\,935 \times 0,001$				80935
$27,3 \times 0,1$			273	

Informação

- Multiplicar um número por 0,1 (uma décima) significa transformar “unidades em décimas” e, portanto, tornar o número 10 vezes menor.
 - $274 \times 0,1 = 274 \text{ décimas} = 27,4$ (colocou-se uma casa decimal)
 - $17,6 \times 0,1 = 17,6 \text{ décimas} = 1,76$ (deslocou-se a vírgula uma casa para a esquerda)
- Multiplicar um número por 0,01 (uma centésima) significa transformar “unidades em centésimas” e, portanto, tornar o número 100 vezes menor:
 - $274 \times 0,01 = 274 \text{ centésimas} = 2,74$ (colocaram-se duas casas decimais)
 - $17,6 \times 0,01 = 17,6 \text{ centésimas} = 0,176$ (deslocou-se a vírgula duas casas para a esquerda)
- Quando se multiplica um número por 0,1; 0,01; 0,001 ele torna-se 10, 100, 1000 vezes menor, respectivamente.
- Multiplicar um número por 0,1; 0,01; 0,001 equivale a dividir esse número por 10, 100, 1000.

Exercícios

1. Calcula.

$3450 \times 0,1$

$3450 : 0,1$

$1285 \times 0,01$

$1285 : 0,01$

$3,54 \times 0,001$

$3,54 : 0,001$

$0,7 \times 0,001$

$0,7 : 0,001$

2. Uma escada de 2,40 m tem 15 degraus. Qual é a distância entre cada degrau?

3. Copia para o teu caderno e completa.

$27 < \dots \times 0,1 < 51$

$13 < \dots \times 0,01 < 15$

$6 < 0,001 \times \dots < 8$

4. Calcula mentalmente.

$3 \times 0,1 \times 5$

$25 \times 0,01 \times 2$

$0,5 \times 703 \times 20$

4.14. Divisão de um número por 0,1; 0,01; 0,001; ...

Tarefa de Investigação

Descobre a regra que te permite dividir um número por 0,1; 0,01; 0,001.

Investiga

Calcula o valor das seguintes expressões (se tiveres uma calculadora podes utilizá-la):

$32 : 0,1$

32×10

$3,43 : 0,1$

$3,43 \times 10$

$0,5 : 0,1$

$0,5 \times 10$

$0,37 : 0,01$

$0,37 \times 100$

$8 : 0,01$

8×100

$24 : 0,001$

24×1000

$9,4 : 0,001$

$9,4 \times 1000$

Informação

Ao efectuares os cálculos anteriores deves ter verificado que:

- **Dividir um número por 0,1** (uma décima) equivale a multiplicá-lo por 10; o número torna-se **10 vezes maior**.

Para dividir um número por 0,1:

- acrescenta-se um zero se for número inteiro;
- Desloca-se a vírgula uma casa para a direita se for número decimal.

- **Dividir um número por 0,01** (uma centésima) equivale a multiplicá-lo por 100; o número torna-se **100 vezes maior**.

Para dividir um número por 0,01:

- acrescentam-se dois zeros se for número inteiro;
- desloca-se a vírgula duas casas para a direita se for número decimal.

Exemplos:

$$439 : 0,1 = 4390$$

$$32,05 : 0,01 = 3205$$

- Quando se divide um número por 0,1; 0,01; 0,001 ele torna-se 10, 100, 1000 vezes maior, respectivamente.
- **Dividir um número por 0,1; 0,01; 0,001 equivale a multiplicar esse número por 10, 100, 1000.**

Exercícios

1. Calcula os seguintes quocientes:

$$14 : 0,1$$

$$0,013 : 0,1$$

$$6,8 : 0,1$$

$$14 : 0,01$$

$$0,013 : 0,01$$

$$6,8 : 0,01$$

$$14 : 0,001$$

$$0,013 : 0,001$$

$$6,8 : 0,001$$

2. Copia para o teu caderno e completa.

$$37 : \underline{\quad\quad} = 370$$

$$4,93 : \underline{\quad\quad} = 4930$$

$$37 : \underline{\quad\quad} = 37,0$$

$$4,93 : \underline{\quad\quad} = 49,3$$

$$37 : \underline{\quad\quad} = 3700$$

$$4,93 : \underline{\quad\quad} = 4,930$$

3. Copia para o teu caderno e completa.

$$50 < \underline{\quad\quad} : 0,1 < 70$$

$$400 < \underline{\quad\quad} : 0,01 < 600$$

4.15. Expressões numéricas

Actividade

Calcula:

$$3700 : 1000 \qquad 3700 \times 1000$$

$$3700 : 1000 \qquad 3700 \times 100$$

$$3700 : 50 \qquad 3700 \times 50$$

$$3700 : 10 \qquad 3700 \times 10$$

$$3700 : 5 \qquad 3700 \times 5$$

$$3700 : 0,5 \qquad 3700 \times 0,5$$

$$3700 : 0,25 \qquad 3700 \times 0,25$$

$$3700 : 0,1 \qquad 3700 \times 0,1$$

$$3700 : 0,01 \qquad 3700 \times 0,01$$

$$3700 : 0,001 \qquad 3700 \times 0,001$$

Ao efectuares estes cálculos vais obter vários resultados iguais. Se possível, usa a calculadora.

- Analisa as situações em que isso acontece e tira conclusões.

Escrita de Expressões Numéricas:

Uso da linguagem corrente

Uso da linguagem matemática

Actividade

A – O triplo da soma de treze com sete.

B – O produto de vinte pela soma de seis com catorze.

C – A soma do dobro de sete com dez.

D – A diferença entre quinze e metade de seis.

E – O quociente de duzentos pela soma de dez com trinta.

- Traduz todas as frases por expressões numéricas.

Compara-as com as seguintes:

☐ $(2 \times 7) + 10$

☐ $2 \times (7 + 10)$

☐ $200 : (10 + 30)$

☐ $200 : 10 + 30$

☐ $15 - (6 : 2)$

☐ $3 \times (13 + 7)$

☐ $3 \times 13 + 7$

☐ $20 \times (6 + 14)$

☐ $20 \times 6 + 14$

☐ $15 - 3$

- Identifica a expressão que corresponde a cada frase e assinala-a com a letra respectiva.

Exercícios

No caderno, traduz por uma expressão numérica as seguintes frases:

- A diferença entre cinquenta e o produto de quatro por onze.
- A soma de treze com o triplo de trinta.
- O quociente de cem pela soma de dez com quinze.

4.16. Problemas traduzidos por expressões numéricas

Tarefa de Investigação

Na Escola Secundária de Santana está a organizar-se uma visita de alunos à região de Angolares.

Participarão nessa visita 5 turmas de 43 alunos, 3 turmas de 38, 9 professores e 12 vigilantes. Foram solicitados ao Ministério da Educação 7 autocarros escolares de 50 lugares cada.

Pretende-se que cada autocarro leve igual número de alunos e que a soma do número de vigilantes e de professores por autocarro seja o mesmo.

Quantas pessoas transporta cada autocarro?

Investiga

- Escreve no caderno uma expressão numérica que traduza o problema e represente o número de pessoas por autocarro.
- Resolve a expressão numérica.

Informação

Recorda o que já aprendeste sobre a resolução de expressões numéricas:

- deves seguir a ordem normal de cálculo;
- quando uma expressão tem parênteses, (), é obrigatório calcular o seu valor em primeiro lugar.

*Além das operações adição e subtração, vais também trabalhar com a multiplicação e com a divisão. Para isso, vais aprender mais regras importantes para a resolução de expressões numéricas. Vamos analisar mais duas **situações-problema** e traduzir a sua resolução por expressões numéricas:*

“O Alberto já conseguiu dinheiro para comprar a bicicleta que tanto desejava! A mãe deu-lhe 600 000 dobras e no mealheiro o Alberto tem o triplo desse valor. Ainda lhe vão sobrar 130 000 dobras.

Qual é o preço da bicicleta?”

$$\begin{aligned} 600\,000 + (3 \times 600\,000) - 130\,000 &= \\ &= 600\,000 + 1\,800\,000 - 130\,000 = \\ &= 2\,400\,000 - 130\,000 = \\ &= 2\,270\,000 \end{aligned}$$

R.: O preço da bicicleta é 2 270 000 dobras.



Podemos então dizer que:

- **A multiplicação tem prioridade sobre a adição e a subtração.**

A senhora Maria pediu aos filhos que fossem apanhar rosas de porcelana para as ir vender à porta do aeroporto. O Wilson apanhou 30 rosas mas 4 chegaram estragadas e teve de as deitar fora e a Umbelina apanhou 27 rosas mas vai reparti-las equitativamente pela mãe, a tia e a avó.

Escreve a expressão que traduz o número de rosas com que a senhora Maria ficou.

$$\begin{aligned} 30 - 4 + (27 : 3) &= \\ &= 30 - 4 + 9 = \\ &= 26 + 9 = \\ &= 35 \end{aligned}$$

R.: A senhora Maria ficou com 35 rosas de porcelana para vender.

Podemos, então, dizer que:

- **A divisão tem prioridade sobre a adição e a subtração.**

Convencionou-se, por isso, não colocar parênteses nos **produtos** e nos **quocientes** e resolvê-los sempre em **primeiro lugar** como se tivessem parênteses.

4.17. Resolução de expressões numéricas

Vamos resolver, como exemplo, as seguintes expressões numéricas, seguindo as regras convencionadas.

$$\begin{aligned}3 \times 11 + 4 \times 4,5 : 10 &= \\= 33 + 18 : 10 &= \\= 33 + 1,8 &= \\= 34,8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2 \times (8 + 10,75) : 3 + 1,7 &= \\= 2 \times 18,75 : 3 + 1,7 &= \\= 37,50 : 3 + 1,7 &= \\= 12,5 + 1,7 &= \\= 14,2\end{aligned}$$

Não esquecer...

Etapas para calcular o valor de uma expressão numérica:

1. Efectuam-se os cálculos dentro de parênteses.
2. Dá-se prioridade às multiplicações e às divisões sobre as adições e as subtrações.
3. Efectuam-se as multiplicações ou as divisões pela ordem por que aparecem.
4. Efectuam-se as adições ou as subtrações pela ordem por que aparecem.

Exercícios

1. Resolve as seguintes expressões numéricas:

$$13,25 + 3 \times 0,75$$

$$7,99 - 12,5 : 5 \times 3,1$$

$$2,4 \times (7 + 11,03)$$

$$19,4 - (3,2 + 2,4) : 8$$

2. Calcula o quociente e o resto da divisão de 2348 por 9.

- Calcula a soma dos algarismos do dividendo e divide esse número por 9.
- O que verificas quanto aos restos obtidos?
- Proceda da mesma forma com outros números à tua escolha.
- Ó que podes concluir sobre a divisibilidade por 9?

3. Qual é o número mais pequeno que é preciso adicionar a cada um dos números seguintes de modo a obter múltiplos de 5?

37 123 307 486

4. Pensa num número com 3 algarismos e regista-o no teu caderno.
Escreve à frente desse número os mesmos 3 algarismos pela mesma ordem.
Divide o número obtido por 7. Divide o resultado por 11. Divide esse quociente por 13.
O número obtido foi aquele em que pensaste!
Tenta perceber por que foi obtido o mesmo número que pensaste.

5. Que algarismo se pode colocar em cada • de modo a obter um número que seja múltiplo de 3?

Indica todas as soluções no teu caderno.

3 • 6 2 0 • • 4 •

6. Coloca parênteses onde for necessário para que todas as afirmações sejam verdadeiras.

$$9 - 6 : 3 + 4 = 5$$

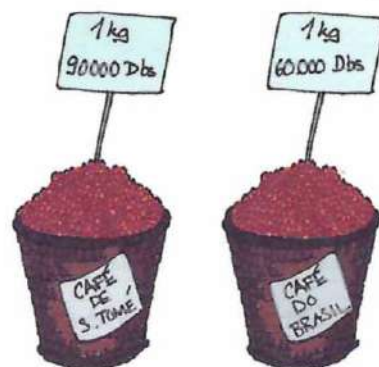
$$2 \times 3 + 6 : 3 = 6$$

$$9 - 6 : 3 + 4 = 11$$

$$2 \times 3 + 6 : 3 = 8$$

7. O Sr. Fonseca preparou um lote de café misturando 3,8 kg de café de S. Tomé com 4,2 kg de café do Brasil.

- Calcula o preço de um quilograma de café deste lote.
- Quantas embalagens de 250 g se podem fazer com este lote?



8. O Sr. Américo foi à fábrica Rosema para comprar 17 grades de cerveja para o seu café. Quando lá chegou disseram-lhe que só tinham 367 garrafas.

- Quantas grades completas pode comprar o Sr. Américo, sabendo que cada grade leva 24 garrafas?
- Quantas garrafas faltam para completar outra grade?

9. Copia o quadro para o teu caderno e completa-o.

	Divisão por 2		Divisão por 3			Divisão por 5				
	restos		restos			restos				
	0	1	0	1	2	0	1	2	3	4
49		X		X						X
555										
372										
198										

UNIDADE

5

Estatística

5. ESTATÍSTICA

A palavra estatística tem origem na palavra Estado. Isto porque, antigamente, era o Estado que conduzia os inquéritos para calcular o número de habitantes ou determinar a composição da população, segundo a idade e o sexo.

5.1. Organização e interpretação de dados

Tarefa de Investigação

Nos quadros estão escritos, desordenadamente, os tempos gastos pelos alunos das escolas de Trindade e de Santana no percurso casa-escola.

Escola da Trindade → Casa					
5	6	7	4	3	2
3	4	6	3	4	3
2	6	5	3	3	6
4	2	3	4	4	3
4	3	3	5	4	2

Escola de Santana → Casa					
5	4	3	2	5	7
4	5	2	4	3	2
5	4	4	3	2	2
3	4	5	5	4	4
2	5	2	4	3	3

Qual das escolas te parece melhor para os alunos relativamente aos percursos casa-escola?

Investiga

- Sugestão: organiza os dados.

Informação

Quando aparece um problema com dados desorganizados, a primeira coisa a fazer é organizá-los a fim de facilitar a leitura.

Exemplo:

Vamos organizar os tempos gastos pelos alunos da escola de Angolares no caminho casa-escola.

12	15	13	14	14	18	19	12	13	20	13	19	23
14	13	21	13	26	19	19	23	25	20	10	13	19

Como 6 alunos gastaram 13 minutos, o número 13 aparece 6 vezes, isto é, tem frequência 6.

5.2. Frequência absoluta

Em Estatística, para organizar os dados constrói-se uma tabela de frequências com o seguinte aspecto:

Tempos gastos (em minutos)	N.º de alunos que gastaram estes tempos
13	
19	
14	
23	
12	
20	
18	
15	
21	
26	
10	
25	

O número de traços indica a frequência de cada espaço de tempo gasto.

É habitual fazer grupos de 5 traços, em que o quinto traço corta os outros quatro. Nem sempre uma tabela deste tipo nos permite emitir juízos de valor acerca dos dados. A do exemplo é uma delas.

Exercícios

Considera o seguinte registo de dados de avaliação dos alunos de uma turma:

Muito bom	8 alunos
Bom	14 alunos
Suficiente	17 alunos
Insuficiente	5 alunos

- Constrói a tabela de frequências.
- Qual é a frequência da avaliação Bom?

5.3. Interpretação de tabelas e gráficos

Tarefa de Investigação

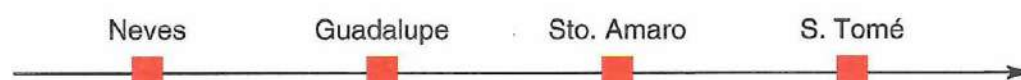
A mãe do Ivo mora em Príncipe e teve necessidade de ir a S. Tomé na segunda-feira, para tratar de uns documentos. Como se despachou logo no primeiro dia até às 13 horas, resolveu aproveitar a viagem para ir visitar uns familiares a Neves e outros a Guadalupe. Como na quarta-feira, às 7 horas, tem de voltar para Príncipe e o número e os horários dos transportes são muito reduzidos, será que vai conseguir visitar todos?

Indica os horários dos autocarros que ela terá de apanhar. Se conheceres outra forma de chegar às localidades, indica os horários e o percurso. Há possibilidade de dormir em algum dos locais que quer visitar?

Transportes de S. Tomé – Horários



Km	Localidades	Horários		
0	S. Tomé	05:06	12:35	17:15
5	Sto. Amaro	05:21	12:50	17:30
12	Guadalupe	05:46	13:15	17:55
27	Neves	06:46	14:15	18:55



Km	Localidades	Horários		
0	Neves	06:56	11:05	17:05
5	Guadalupe	07:56	12:05	18:05
22	Sto. Amaro	08:21	12:30	18:30
27	S. Tomé	08:36	12:45	18:45

Investiga

Analisa o mapa e os horários dos autocarros. Retira deles o que for necessário.

Actividade

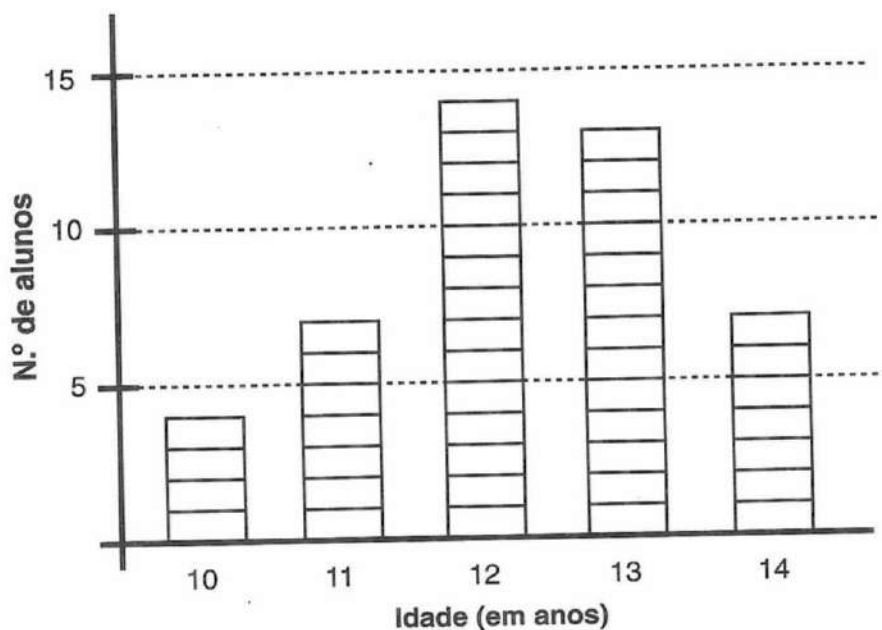
Analisa a tabela e o gráfico para responderes às perguntas que a seguir te são colocadas.

No gráfico, cada  representa um aluno.

1. Qual o número de alunos com 10 anos?
2. Qual o número de alunos com mais idade?
3. Há mais do que uma idade em que haja o mesmo número de alunos?
4. Qual é a idade em que há menor número de alunos?
5. Entre a tabela e o gráfico qual é o que te parece melhor para responder a estas perguntas?

**Resultados do inquérito
aos alunos de uma
turma da 5.ª classe**

Idade dos alunos	N.º de alunos
10	4
11	7
12	14
13	13
14	7

**Informação**

- O gráfico relativo à actividade anterior chama-se **gráfico de barras**.
- Cada barra representa o número de alunos com a idade escrita no eixo horizontal. Quanto mais alta é a barra, maior é o número que ela representa. As barras têm todas a mesma largura e pode ser uma qualquer, à escolha.
- Neste gráfico foi utilizado um eixo vertical graduado referente ao número de alunos.

Escolheu-se para unidade 1 aluno.

- As linhas a ponteadas, paralelas ao eixo horizontal, servem para facilitar a leitura do gráfico.
- Ao valor mais frequente num gráfico ou tabela dá-se o nome de **moda**.

A partir do gráfico, ou da tabela, pode dizer-se que 12 anos é a idade mais frequente dos alunos daquela turma.

Pode também determinar-se o valor médio das idades dos alunos daquela turma.

Para isso, é necessário determinar o total de anos de idade de todos os alunos, multiplicando cada idade pelo número de alunos respectivo; determinar o número total de alunos e dividir o primeiro valor pelo segundo. O valor obtido é a média aritmética ou o valor médio das idades dos alunos daquela turma, que pode ser um número inteiro ou decimal, conforme os casos. Neste caso, o valor é um número decimal, como podes verificar a seguir:

$$\begin{aligned} 1. & 4 \times 10 + 7 \times 11 + 14 \times 12 + 13 \times 13 + 7 \times 14 = \\ & = 40 + 77 + 168 + 169 + 98 = \\ & = 552 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. & 4 + 7 + 14 + 13 + 7 = \\ & = 45 \end{aligned}$$

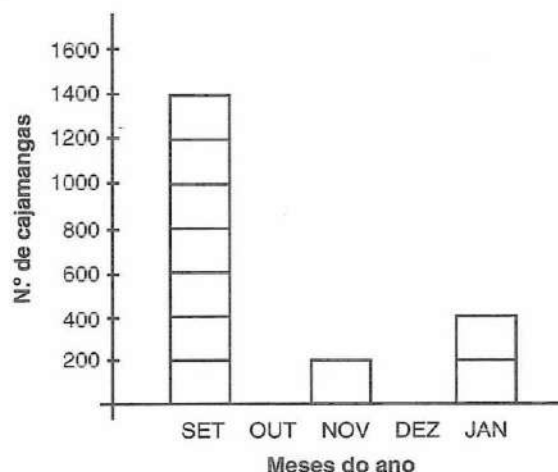
$$3. 552 : 45 = 12,3 \quad \text{arredondado às décimas}$$

Podemos, assim, concluir que o valor médio das idades dos alunos é de 12,3 anos, ou seja, a média aritmética das idades dos alunos é de 12,3 anos.

Exercícios

1. A tabela e o gráfico seguintes referem-se ao número de cajamangas vendidas no mercado pela D. Jacinta, nos meses indicados.

Meses	N.º de cajamangas vendidas
Setembro	
Outubro	300
Novembro	200
Dezembro	700
Janeiro	



- Indica quanto vale cada quadrícula usada na construção do gráfico.
- Completa a tabela.
- Desenha no gráfico as barras que faltam.

2. Consulta a tabela e responde às perguntas.

Peso em quilogramas	27	29	30,5	31	31,5	32	33
N.º de alunos	1	2	3	5	8	7	1

- Calcula o valor médio do peso dos alunos.
- Qual é a moda?
- Compara a moda com o valor médio. O que concluíste?

5.4. Construção de gráficos

Actividade

A produção de camisas num determinado ano, nos meses indicados, na empresa de confecções Água Grande é a apresentada no quadro.

Meses	N.º de camisas produzidas
Março	
Abril	350
Maio	200
Junho	650

- Qual o mês em que a produção de camisas foi maior?
- Quantas camisas se fizeram no mês de Abril?
- Qual foi o decréscimo de produção entre Abril e Junho?

Para teres uma leitura mais evidente, constrói o gráfico correspondente ao número de camisas produzidas por mês, utilizando desta vez o desenho de uma camisa



em vez de um rectângulo para representar um determinado número de camisas, à tua escolha, de acordo com os dados apresentados.

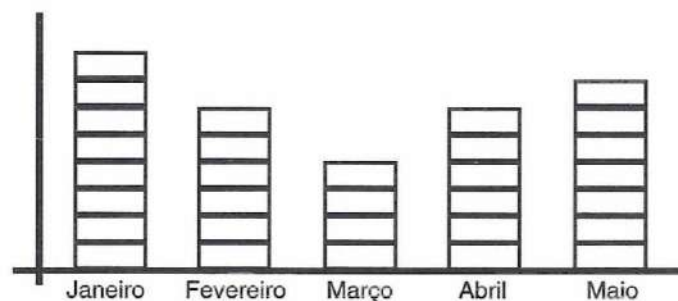
Informação

Há outras formas de apresentar informação em que os números são representados por desenhos, todos do mesmo tamanho, que sugerem o que se quer representar e se designam por **pictogramas**.

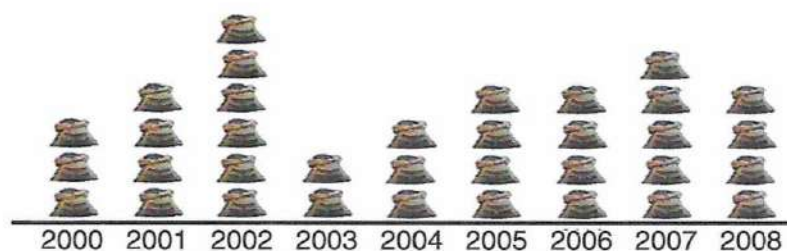
Os gráficos de barras também se podem representar por **barras paralelas ao eixo horizontal** em vez de paralelas ao eixo vertical.

Exercícios e Problemas

1. O gráfico seguinte refere-se ao número de sacos de café exportados pela Roça de S. João para Portugal nos meses de Janeiro a Maio, sabendo que em Março exportou 200 sacos.
- Em que meses, dos apresentados, exportou a roça a mesma quantidade de sacos de café?
 - Quantos sacos de café exportou a roça no mês de Maio?
 - Em que mês foram exportados 400 sacos de café?

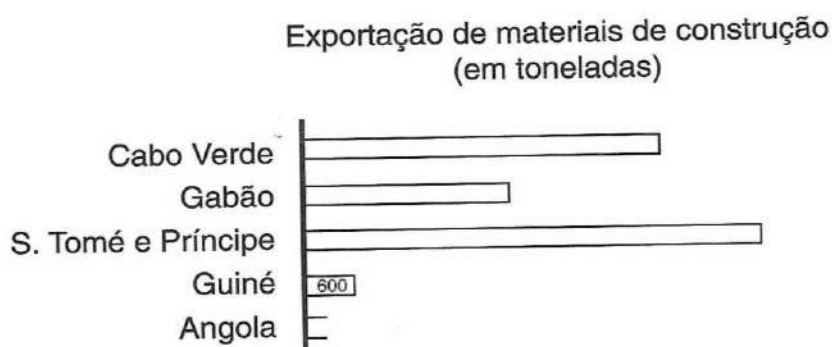


2. O pictograma seguinte refere-se à produção de cacau, nos anos indicados, pela Empresa de Cláudio Corallo:



- Em 2003 foram produzidos 2800 kg de cacau.
Quantos quilogramas de cacau representa cada saco?
- Qual foi a produção de cacau em 2008?

3. O gráfico seguinte, que está incompleto, refere-se à exportação de toneladas de materiais de construção de uma empresa de Portugal, num dado ano, para alguns países africanos.



- Quantas toneladas de materiais de construção foram exportadas, nesse ano, para S. Tomé e Príncipe?
 - O número total de toneladas de materiais de construção exportadas para os 5 países foi de 12 850.
Quantas toneladas foram exportadas para Angola?
4. Analisa a tabela de consumos de água engarrafada em S. Tomé e Príncipe, numa semana.

Dias da semana	Consumo de água engarrafada (em toneladas)
Segunda-feira	58
Terça-feira	79
Quarta-feira	63
Quinta-feira	84
Sexta-feira	96
Sábado	125
Domingo	104

- Constrói o gráfico de barras que representa os valores dos consumos de água engarrafada **numa semana**. Escolhe o valor mais adequado para representar a unidade e usa papel quadriculado para construir o gráfico.

UNIDADE

6

Números Racionais

6. NÚMEROS RACIONAIS

6.1. Noção de número racional

Tarefa de Investigação

Tomando como unidade o comprimento do segmento de recta

A ————— B , calcula a medida do comprimento dos seguintes segmentos de recta:

A ————— B

E ————— F

I ————— J

L ————— M

Investiga

Servindo-te de serpentinas de carnaval ou fitas de papel, corta uma tira vermelha com o comprimento $\overline{AB}$ que vais utilizar como unidade.

- Compara a unidade com o comprimento de cada um dos segmentos de recta e descobre a sua medida.
- Se precisares, corta uma fita para cada um deles, dobra, compara os comprimentos das fitas, etc.

Informação

Números fraccionários

- Dobra ao meio a fita vermelha (unidade).

A ————— B
 E ————— F

- A medida de $[EF]$ é metade da unidade ($1 : 2$).

$$1 : 2 = \frac{1}{2} = 1/2 \rightarrow \text{lê-se: um meio}$$

$1 : 2$ e $\frac{1}{2}$ são representações do mesmo quociente e equivalentes a 0,5.

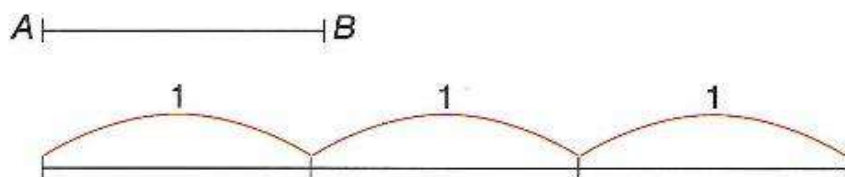
$$1 : 2 = \frac{1}{2} = 0,5$$

À representação $\frac{1}{2}$ ou $1/2$ chama-se fracção.

$\frac{1}{2}$ → numerador
→ traço de fracção
→ denominador

O traço de fracção substitui o sinal : (dividir).

- Corta uma fita cujo comprimento seja o **triplo da unidade** e dobra-a ao meio.



$$3 : 2 = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \rightarrow \text{lê-se: três meios.}$$

$3 : 2$ e $\frac{3}{2}$ são **representações equivalentes** a 1,5.

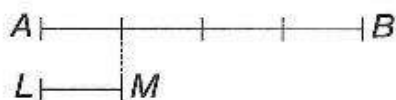
$$3 : 2 = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \text{ porque } \frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$1\frac{1}{2} \rightarrow \text{lê-se: uma unidade e um meio.}$$

A representação $1\frac{1}{2}$ ou $1\frac{1}{2}$ diz-se **representação mista** do número fraccionário $\frac{3}{2}$.

Dobra a fita vermelha (unidade) em quatro partes iguais e compara com $\overline{LM}$.



- A medida de $\overline{LM}$ é a quarta parte da unidade ($1 : 4$).

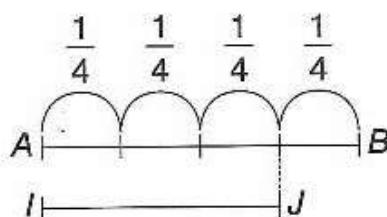
$$1 : 4 = \frac{1}{4} = 0,25 \rightarrow \text{lê-se: um quarto.}$$

$1 : 4$ e $\frac{1}{4}$ são **representações equivalentes** a 0,25.

$$1 : 4 = \frac{1}{4} = 0,25$$

Desdobra a fita vermelha (unidade) que estava dobrada em quatro partes iguais.

Cada parte corresponde a um quarto e, portanto, três partes correspondem a três quartos.



- A medida de $\overline{IJ}$ é **três quartos** ($3/4$).

$$\frac{3}{4} = 3 : 4$$

$\frac{3}{4}$ e $3 : 4$ são **representações equivalentes** a 0,75.

$$3 : 4 = \frac{3}{4} = 0,75$$

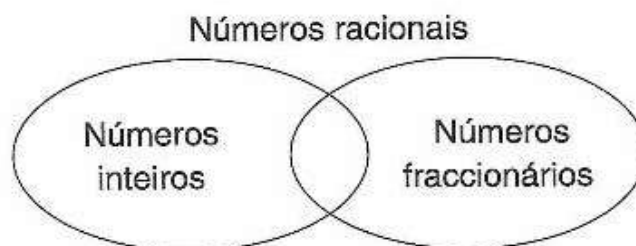
Quando, no teu dia-a-dia, tens necessidade de medir uma grandeza (comprimento, peso, tempo, etc.), nem sempre obténs como medida um número inteiro; a maior parte das vezes obténs números que estão entre dois números inteiros consecutivos. Estes números chamam-se **números fraccionários**.

Exemplo:

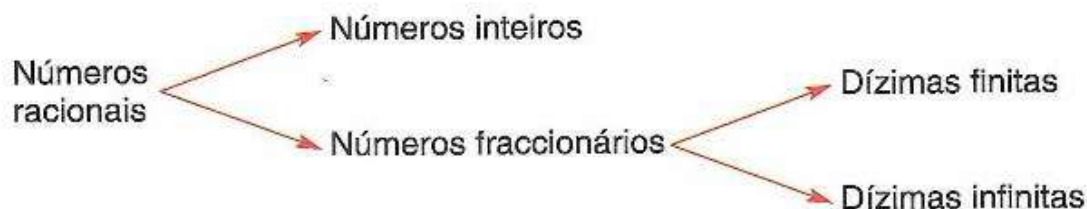
$$2,75; \quad \frac{1}{3}; \quad \frac{3}{4}; \quad 1,25; \quad \frac{1}{2}; \quad 1\frac{3}{3}; \quad \dots$$

6.2. Números racionais

Ao conjunto formado pelos números inteiros e pelos números fraccionários chamamos **conjunto dos números racionais**.



Os números racionais podem ser:



Portanto:

- Há quocientes que são números inteiros e outros que são números fraccionários.
- Alguns quocientes não inteiros (as dízimas finitas) podem ser representados com vírgula; por isso, estes números fraccionários podem chamar-se números decimais (mais correctamente numerais decimais).
- Alguns quocientes (as dízimas infinitas) não podem ser representados exactamente com vírgula porque os algarismos à direita da vírgula nunca mais acabam (o período da dízima repete-se indefinidamente).
- Todos os quocientes (quer sejam inteiros, dízimas finitas ou dízimas infinitas) podem ser representados por uma fracção – chamam-se **números racionais**.

Exemplos de números racionais:

$$1/2 = 1 : 2 = 0,5$$

$$3/4 = 3 : 4 = 0,75$$

$$3/2 = 3 : 2 = 1,5$$

$$7/4 = 7 : 4 = 1 \frac{3}{4} = 1,75$$

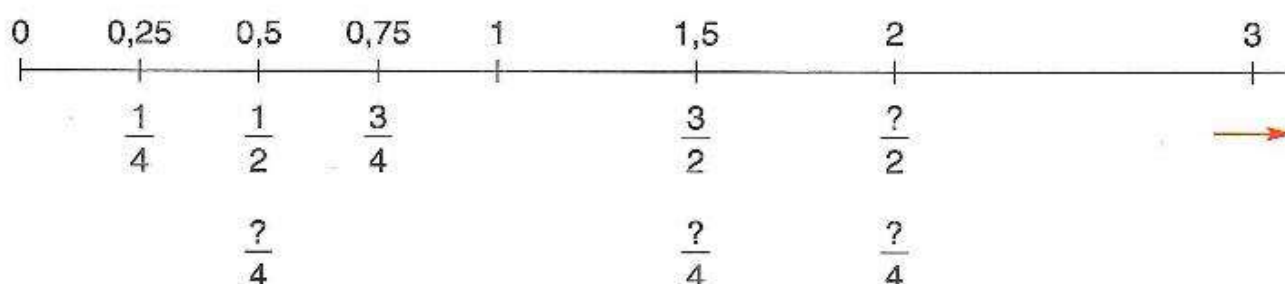
$$6/2 = 6 : 2 = 3$$

$$5/3 = 5 : 3 = 1,666 \dots = 1,(6)$$

6.3. Fracções equivalentes

Tarefa de Investigação

Na semi-recta graduada estão colocados todos os números que foram encontrados como medidas dos segmentos de recta da tarefa de investigação anterior.



Copia esta semi-recta para o teu caderno.

- Transforma $1/2$ e $3/2$ em quartos.
- Transforma 2 em meios e em quartos.
- Acrescenta na semi-recta os números $5/4$; $7/4$; $10/4$; $11/4$.
- Quais destes números se podem transformar em meios?
- Marca na semi-recta o ponto a que corresponde $1/8$.

Investiga

Quantas vezes cabe $\frac{1}{4}$ em $\frac{1}{2}$?

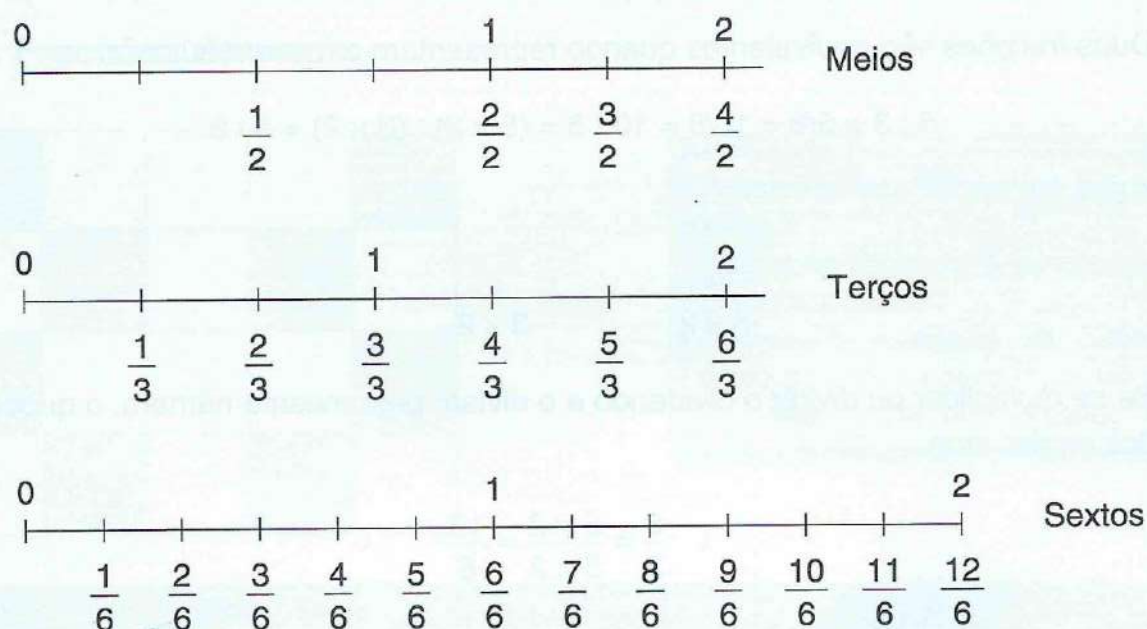
Na unidade quantas vezes cabe $\frac{1}{4}$? E $\frac{1}{2}$?

Transforma $\frac{1}{8}$ num quociente e num número decimal; assim já saberás qual o ponto da semi-recta a que corresponde $\frac{1}{8}$.

Informação

Numa semi-recta graduada, **a cada ponto corresponde um só número.**

Cada um desses números pode ser representado por várias fracções que se chamam fracções equivalentes.



Estas semi-rectas estão graduadas com a mesma unidade.

- Para representar $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{2}$; $\frac{3}{2}$; ... cada unidade tem de estar dividida em **duas partes iguais**.
- Para representar $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{3}$; ... cada unidade tem de estar dividida em **três partes iguais**.
- Para representar $\frac{1}{6}$; $\frac{2}{6}$; $\frac{3}{6}$; ... cada unidade tem de estar dividida em **seis partes iguais**.
- Será que posso transformar os meios em terços? Não, porque os meios não estão alinhados com os terços.

- E transformar os meios em sextos? Sim, todos os meios estão alinhados com sextos, porque 6 é múltiplo de 2.

$$1/2 = 3/6$$

$$2/2 = 6/6$$

$$3/2 = 9/6$$

$$4/2 = 12/6$$

- E transformar os terços em sextos? Sim, porque 6 é múltiplo de 3.

$$1/3 = 2/6$$

$$2/3 = 4/6$$

$$3/3 = 6/6$$

$$5/3 = 10/6$$

- E transformar sextos em terços e em meios? Só alguns.

- E transformar números inteiros em fracções? Todos.

$$1 = 2/2 = 3/3 = 6/6$$

$$2 = 4/2 = 6/3 = 12/6$$

- Duas fracções são equivalentes quando representam o mesmo número.

$$5 : 3 = 5/3 = 10/6 = 10 : 6 = (5 \times 2) : (3 \times 2) = 5 : 3$$

$$5 \times 2$$

$$3 \times 2$$

Se se multiplicar ou dividir o dividendo e o divisor pelo mesmo número, o quociente fica equivalente.

$$\frac{5}{3} = \frac{5 \times 2}{3 \times 2} = \frac{10}{6}$$

Ou, falando de fracções:

Se se multiplicar ou dividir o numerador e o denominador de uma fracção pelo mesmo número inteiro, diferente de zero, a fracção fica equivalente.

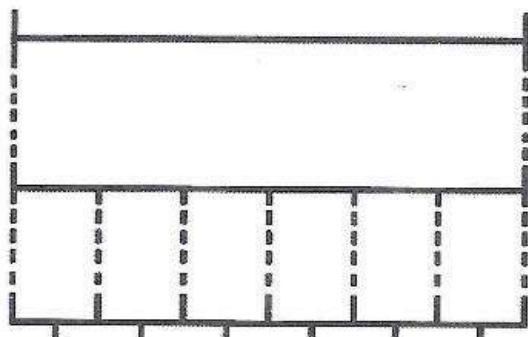
$$\frac{10}{6} = \frac{10}{6} : \frac{2}{2} = \frac{5}{3}$$

$\frac{10}{6}$ e $\frac{5}{3}$ são **fracções equivalentes** (representam o mesmo número).

$\frac{5}{3}$ está na **forma irredutível** porque o numerador e o denominador não se podem dividir pelo mesmo número (não há nenhum número, diferente de 1, que seja divisor de 5 e de 3).

Exercícios

Observa o esquema, copia as igualdades para o teu caderno e completa-as.



$$\frac{1}{6} = \frac{\dots}{12}$$

$$\frac{2}{6} = \frac{\dots}{12}$$

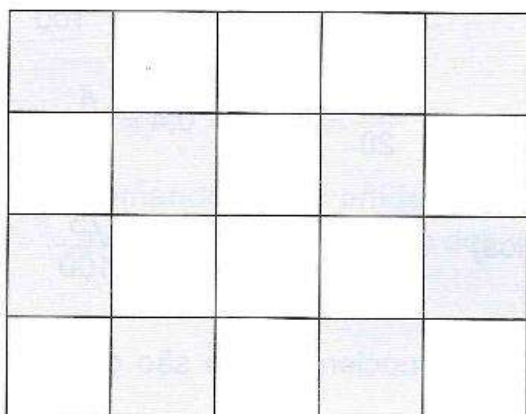
$$\frac{5}{6} = \frac{\dots}{12}$$

$$\frac{\dots}{6} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{\dots}{6} = \frac{6}{12}$$

$$\frac{\dots}{6} = \frac{12}{12}$$

6.4. Fracções decimais



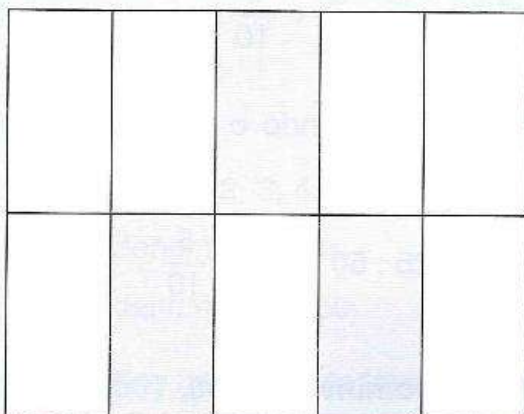
Actividade 1

O desenho representa um painel de azulejos.

- Que parte do painel é constituída por azulejos pintados?
- Representa essa parte do painel por meio de um número decimal e de uma fracção com denominador 10.

Informação

Se, no desenho da actividade anterior, o painel tivesse 10 azulejos em vez de 20, o problema era simples.



- No caso da figura, cada azulejo pintado é $\frac{1}{10}$ do painel (unidade).
- A parte pintada do painel é $\frac{3}{10}$ (três décimos) da unidade.
- Isto significa que estão pintados 3 azulejos em 10 (sendo todos os azulejos do mesmo tamanho).

$$3/10 = 3 : 10 = 0,3 \text{ (três décimas)}$$

$3/10 \longrightarrow$ lê-se: **três décimos**

A $3/10$ chama-se **fracção decimal** porque o denominador é 10.

Todos os números decimais se podem representar na forma de fracção decimal e todas as fracções decimais se podem representar na forma de número decimal. A leitura das duas representações é a seguinte:

$0,8$ e $8/10 \longrightarrow$ leem-se: oito décimas e oito décimos

6.5. Fracções que se podem transformar em fracções decimais

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} \quad (\text{seis décimos})$$

$$\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0,6 = \frac{6}{10}$$

$$\frac{2}{25} = \frac{2 \times 4}{25 \times 4} = \frac{8}{100} \quad (\text{oito centésimos})$$

$$\frac{2}{25} = 2 : 25 = 0,08 = \frac{8}{100}$$

$$\frac{8}{20} = \frac{8 : 4}{20 : 4} = \frac{2}{5} \quad (\text{quatro décimos})$$

$$\frac{8}{20} = 8 : 20 = 0,4 = \frac{4}{10}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} \quad (\text{setenta e cinco centésimos})$$

$$\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75 = \frac{75}{100}$$

- Só se podem transformar em fracções decimais os quocientes que são dízimas finitas.
- Há duas formas de transformar uma fracção numa fracção decimal equivalente:
 1. Multiplicando ou dividindo o numerador e o denominador pelo mesmo número, de modo que o denominador fique uma potência de 10:

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100}$$

$$\frac{25}{50} = \frac{25 : 5}{50 : 5} = \frac{5}{10}$$

2. Calculando o valor decimal do quociente e transformando o número decimal obtido numa fracção decimal:

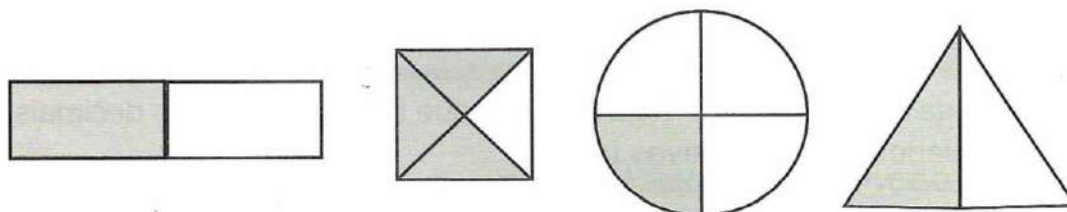
$$\frac{1}{4} = 1 : 4 = 0,25 = \frac{25}{100}$$

$$\frac{25}{50} = 25 : 50 = 0,5 = \frac{5}{10}$$

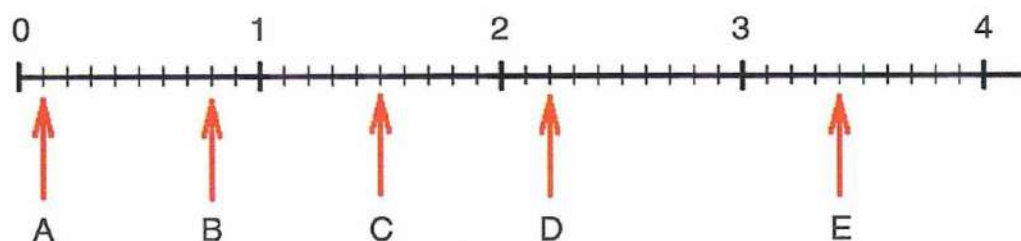
Chama-se **fracção decimal** a uma fracção cujo denominador é 10, 100, 1000, ... (potência de 10).

Exercícios

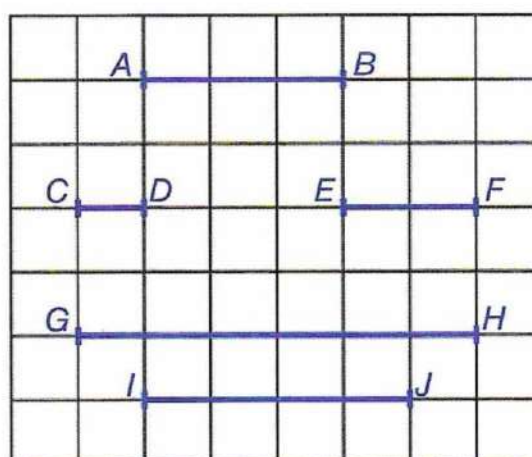
1. Para cada figura, escreve a fracção representada pela parte colorida.



2. Escreve as fracções correspondentes aos pontos assinalados na semi-recta.



3. Tomando como unidade o comprimento do segmento de recta $[AB]$, calcula a medida do comprimento dos vários segmentos de recta assinalados.



4. Representa 2, 3, 4, 5 na forma de uma fracção:

- de denominador 6;
- de denominador 60.

5. Escreve na forma de fracção decimal:

0,47

2,6

0,09

27,057

6. Transforma os quocientes em fracções e as fracções em quocientes.

$1 : 4$

$6 : 3$

$1 : 6$

$6 : 5$

$5 / 4$

$4 : 4$

$3 / 8$

$2 / 9$

$6 / 4$

7. Dos números da questão anterior, diz quais os que não são números decimais (se tiveres uma calculadora podes e deves usá-la).

8. Escreve na forma de numeral decimal:

$5/10$

$7/100$

$5/4$

$38/1000$

9. Copia para o teu caderno a semi-recta e representa nela os seguintes números:

$0,25$

$3/4$

$3/2$

$1,75$

$7/4$



6.6. Comparação de números racionais

Tarefa de Investigação

- Será $5/6$ maior que $3/2$?
- Será $5/6$ maior que $3/4$?

Investiga

- $5/6$ é maior que 1? E $3/2$ é maior que 1?
Podes transformar $5/6$ em meios? E $3/2$ em sextos?
- $5/6$ é uma dízima finita?
Podes transformar $3/4$ em sextos?
- Marca $5/6$ e $3/4$ numa semi-recta graduada.

Informação

Para vermos se um número é maior que outro basta marcá-los na mesma semi-recta graduada. O que estiver mais afastado do 0 (zero) é o maior. Mas, este processo pode ser complicado. Há outros processos.

6.7. Como comparar números representados por fracções

• Fracções com denominadores iguais

$$1/5 < 2/5$$

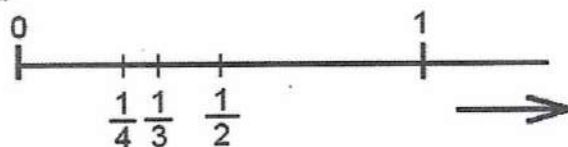
$$6/9 < 8/9$$

$$3/7 > 2/7$$

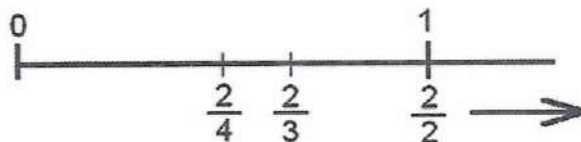
É maior o número cuja fracção tiver **maior numerador**.

• Fracções com numeradores iguais

$$1/4 < 1/3 < 1/2$$



$$2/4 < 2/3 < 2/2$$



É maior o número cuja fracção tiver **menor denominador**.

• Fracções com numerador e denominador diferentes

1. Verificamos se um dos números é maior que 1 e se o outro é menor que 1.

$$7/5 > 1 \text{ porque } 1 = 5/5$$

$$2/3 < 1 \text{ porque } 1 = 3/3$$

$$\text{Então } \longrightarrow 7/5 > 2/3$$

2. Verificamos se ambos os números são dízimas finitas.

$$4/5 = 4 : 5 = 0,8$$

$$3/4 = 3 : 4 = 0,75$$

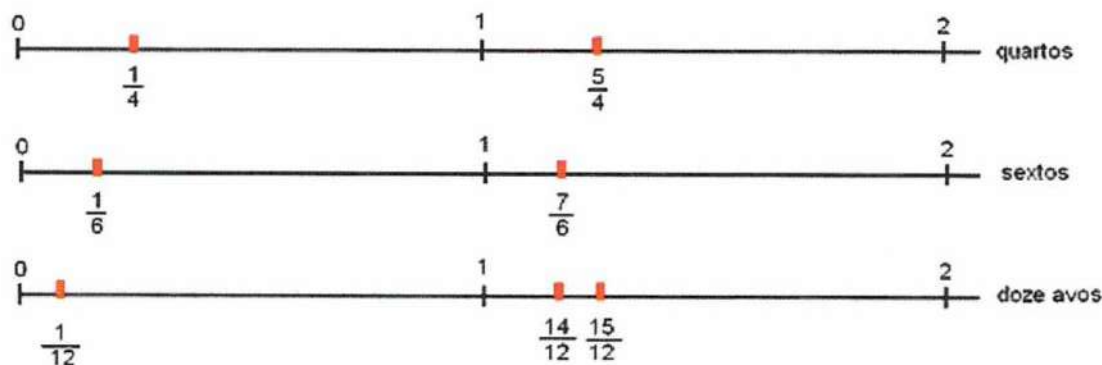
$$\text{Comparando } 0,8 \text{ com } 0,75 \longrightarrow 4/5 > 3/4$$

3. Se nenhuma destas condições se verificar, temos de transformar as fracções noutras equivalentes com o mesmo denominador ou com o mesmo numerador.

Exemplo:

$7/6$ e $5/4$ não têm o mesmo denominador;
 não têm o mesmo numerador;
 são ambos maiores que 1;
 $7/6$ não é uma dízima finita.

- Podemos transformar quartos em sextos? Não, não é possível.



Vamos então representar $5/4$ e $7/6$ na mesma semi-recta.

$$5/4 = 15/12$$

$$\text{então: } 7/6 < 5/4$$

$$7/6 = 14/12$$

Quartos e sextos transformam-se em doze avos porque:

12 é múltiplo de 4 ($3 \times 4 = 12$)

12 é múltiplo de 6 ($2 \times 6 = 12$)

- Se se multiplicar o numerador e o denominador de uma fracção pelo mesmo número, a fracção fica equivalente.

$$\frac{5}{4} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} = \frac{15}{12} \qquad \frac{7}{6} = \frac{7 \times 2}{6 \times 2} = \frac{14}{12}$$

Também se podem transformar quartos e sextos em vinte e quatro avos porque:

24 é múltiplo de 4 e de 6 ($4 \times 6 = 24$).

$$\frac{5}{4} = \frac{5 \times 6}{4 \times 6} = \frac{30}{24} \qquad \frac{7}{6} < \frac{30}{24}$$

$$\frac{7}{6} = \frac{7 \times 4}{6 \times 4} = \frac{28}{24} \qquad \frac{7}{6} < \frac{5}{4}$$

Exercícios

1. Usando os símbolos $>$, $=$ ou $<$ compara as fracções seguintes depois de as copiares para o teu caderno:

$$\frac{2}{3} \square \frac{4}{3}$$

$$\frac{5}{2} \square \frac{5}{9}$$

$$\frac{6}{7} \square \frac{5}{7}$$

$$\frac{9}{14} \square \frac{3}{14}$$

$$\frac{9}{4} \square \frac{9}{2}$$

$$1\frac{3}{4} \square \frac{7}{4}$$

2. Escreve por ordem crescente.

$$\frac{20}{9}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{7}$$

$$2$$

$$\frac{1}{9}$$

$$\frac{5}{4}$$

3. Escreve uma fracção de denominador 8 que represente um número maior que 5 e menor que 6.

4. Quais os números inteiros que são maiores que $\frac{20}{9}$ e menores que $7\frac{1}{2}$?

5. Copia para o teu caderno e completa utilizando os símbolos $<$ ou $>$.

$$\frac{3}{7} \square \frac{6}{7}$$

$$\frac{5}{4} \square \frac{5}{12}$$

$$\frac{1}{9} \square \frac{1}{3}$$

$$1,2 \square \frac{4}{5}$$

6. Observa o seguinte:

$$\begin{array}{r} 36,00 \quad | \quad 7 \\ - 35 \\ \hline 10 \\ - 7 \\ \hline 30 \\ - 28 \\ \hline 0,02 \end{array}$$

Tendo como base esta divisão, podemos escrever o enquadramento:

$$5 < 5,14 < \frac{36}{7} < 5,15 < 6$$

Procede da mesma forma para cada uma das divisões seguintes, determinando o quociente aproximado às centésimas:

$$14 : 3$$

$$43 : 6$$

$$34 : 8$$

7. Escreve uma fracção irredutível, equivalente a cada uma das seguintes fracções:

$$\frac{48}{70}$$

$$\frac{40}{200}$$

$$\frac{8}{24}$$

$$\frac{50}{90}$$

Tarefa de Investigação

A distância da casa do Cláudio à escola é $\frac{2}{3}$ da distância da casa da Paula à mesma escola.

A distância da casa do António à casa da Cátia é também $\frac{2}{3}$ da distância da escola à casa da Aida.

Podes afirmar quem mora mais perto da escola, o Cláudio ou o António?

Investiga

- Qual das distâncias, em cada caso, é considerada como unidade?
- Faz um esquema que traduza cada uma das situações.

Informação

Como deves ter concluído, não podes responder qual dos meninos mora mais perto da escola porque há um dado do problema que falta.

Os números inteiros e os números fraccionários são **números racionais**.

6.8. Os números racionais como parte de uma unidade

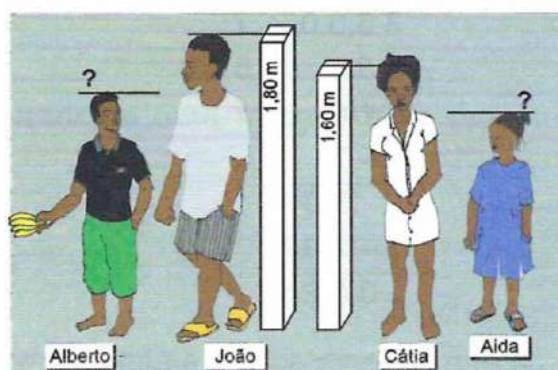
Observa o desenho e responde.

A altura do Alberto é $\frac{3}{4}$ da altura do João.

A altura da Aida é $\frac{3}{4}$ da altura da Cátia.

A Aida tem a mesma altura que o Alberto?

Isso só acontece se a altura da Cátia for igual à altura do João, ou seja, só têm a mesma altura se a unidade considerada for a mesma para as duas situações.



Se a altura do João for 1,80 m e a altura da Cátia for 1,60 m, quanto medem a Aida e o Alberto?

O Alberto mede $\frac{3}{4}$ de 1,80 m.

A Aida mede $\frac{3}{4}$ de 1,60 m.

Vamos, então, calcular esses valores:

$$180 : 4 = 45$$

$$45 \times 3 = 135$$

$$135 \text{ é } 3/4 \text{ de } 180$$

$$\text{Logo, } 1,35 \text{ m é } 3/4 \text{ de } 1,80 \text{ m.}$$

$$160 : 4 = 40$$

$$40 \times 3 = 120$$

$$120 \text{ é } 3/4 \text{ de } 160$$

$$\text{Logo, } 1,20 \text{ é } 3/4 \text{ de } 1,60 \text{ m.}$$

Podemos, assim, concluir que o Alberto mede 1,35 m e a Aida 1,20 m.

Se o João e a Cátia tivessem a mesma altura, o Alberto e a Aida também mediriam o mesmo, isto é, teriam a mesma altura.

6.9. Os números racionais como medida de uma grandeza

Vamos considerar três casos:

3 m	5/4 m	0,5 m
Medida: 3	Medida: 5/4	Medida: 0,5
Unidade: metro	Unidade: metro	Unidade: metro

Nos três casos a grandeza é o comprimento.

Podemos comparar estes três comprimentos porque a unidade é a mesma; para isso, basta comparar as medidas:

$$3 > 5/4 > 0,5 \text{ porque } 3 = 12/4$$

$$0,5 = 1/2 = 2/4$$

$$12/4 > 5/4 > 2/4$$

Se a **unidade não for a mesma** não se podem comparar as respectivas medidas.

Vejamos outros três casos, mas em que a unidade não é a mesma:

1/5 kg	250 g	0,7 kg
Medida: 1/5	Medida: 250	Medida: 0,7
Unidade: quilograma	Unidade: grama	Unidade: quilograma

Nos três casos, a grandeza é o peso. Podemos comparar estes pesos se a unidade for a mesma, por exemplo, quilograma (kg).

$$250 \text{ g} = 0,25 \text{ kg}$$

Comparemos: $1/5$; $0,25$; $0,7$

$$1/5 = 1 : 5 = 0,2 \qquad 0,2 < 0,25 < 0,7$$

Então, pode-se escrever: $1/5 \text{ kg} < 0,25 \text{ kg} < 0,7 \text{ kg}$

ou

$$1/5 \text{ kg} < 250 \text{ g} < 0,7 \text{ kg}$$

6.10. Adição e subtracção de números racionais

Tarefa de Investigação

Dois grupos de amigos organizaram uma corrida. Marcaram o percurso e a hora da partida. À hora marcada deu-se início à corrida. Um grupo foi percorrendo o caminho lentamente. Outro grupo correu $1/2$ do percurso de manhã e foi almoçar; à tarde, os amigos correram mais $1/3$ do percurso e, como estava muito calor, deitaram-se à sombra de uns coqueiros, adormeceram e sonhavam já com a vitória quando acordaram com a notícia de que o grupo que percorria o caminho lentamente tinha chegado à meta.

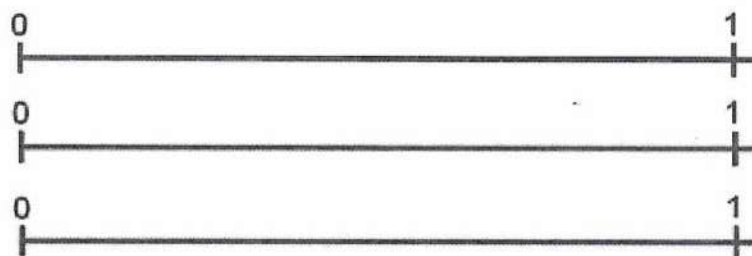
Ficaram furiosos, mas já não podiam fazer nada, tinham acabado de perder a corrida contra os lentos...

Que parte do caminho foi percorrido pelo grupo de amigos que perdeu?

Que parte ficou por percorrer?

Investiga

Copia as semi-rectas para o teu caderno.



- Representa, na 1.^a semi-recta, a parte do caminho percorrido pelo segundo grupo, de manhã.
- Representa, na 2.^a semi-recta, a parte percorrida à tarde.

- Usa a 3.^a semi-recta para representares a parte total do caminho que foi percorrida pelo segundo grupo e descobre a fracção a que corresponde.

Informação

Vamos considerar duas situações:

1. O Edson demorou $\frac{1}{4}$ de hora a realizar os trabalhos de Francês e $\frac{1}{2}$ hora a fazer os de Língua Portuguesa. Quando o irmão lhe perguntou quanto tempo tinha estado a estudar, resolveu dar a resposta na forma de uma fracção e começou a pensar como fazê-lo...



Quanto será $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$? Como vou adicionar “meios” com “quartos”?

Ora, $\frac{1}{2}$ hora são $\frac{2}{4}$ de hora.

$\frac{2}{4}$ de hora mais $\frac{1}{4}$ de hora são $\frac{3}{4}$ de hora.

2. A Eva contou o dinheiro do seu mealheiro e foi à loja ver o que havia lá para comprar.

Gastou $\frac{1}{5}$ do dinheiro na compra de um disco, $\frac{3}{10}$ na compra de uma blusa e $\frac{1}{10}$ numa carteira para oferecer à mãe.

Que parte do dinheiro que tinha no mealheiro gastou, ao todo, a Eva?

Que parte do dinheiro lhe sobrou?

Vamos representar estas situações:

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{10} =$$

$$= \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{1}{10} =$$

$$= \frac{6}{10}$$

Se a Eva gastou $\frac{6}{10}$ do dinheiro, sobraram-lhe $\frac{4}{10}$, porque o **dinheiro todo representava a unidade**.

$$1 - \frac{6}{10} =$$

$$= \frac{10}{10} - \frac{6}{10} =$$

$$= \frac{4}{10}$$

Sabendo que estavam no mealheiro 60 000 dobras, vamos calcular:

$1/5$ de 60 000	ou	$60\,000 : 5 = 12\,000$
$1/10$ de 60 000	ou	$60\,000 : 10 = 6000$
$3/10$ de 60 000	ou	$6000 \times 3 = 18\,000$
$4/10$ de 60 000	ou	$6000 \times 4 = 24\,000$
$6/10$ de 60 000	ou	$6000 \times 6 = 36\,000$

- A forma como adicionamos ou subtraímos **números fraccionários** é diferente da forma como adicionamos ou subtraímos **números inteiros** ou **números decimais**.

6.11. Como adicionar números decimais

$$0,3 + 0,08 = ? \qquad 0,3 - 0,08 = ?$$

Repara que não podemos adicionar nem subtrair décimas com centésimas sem transformar tudo em centésimas.

$$\begin{array}{r} 0,3 \\ + 0,08 \\ \hline 0,38 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,30 \\ - 0,08 \\ \hline 0,22 \end{array}$$

Quando colocamos unidades debaixo de unidades equivale a transformar 3 décimas em 30 centésimas.

$$\begin{array}{ll} 0,3 + 0,08 = & 0,3 - 0,08 = \\ = 0,30 + 0,08 = & = 0,30 - 0,08 = \\ = 0,38 & = 0,22 \end{array}$$

6.12. Como adicionar números fraccionários

Quando adicionamos ou subtraímos números fraccionários não podemos adicionar, por exemplo, “meios” com “quartos” sem transformar tudo em quartos.

$\begin{aligned} \frac{3}{2} + \frac{5}{4} &= \\ = \frac{3 \times 2}{2 \times 2} + \frac{5}{4} &= \\ = \frac{6}{4} + \frac{5}{4} &= \\ = \frac{11}{4} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \frac{6}{10} - \frac{2}{5} &= \\ = \frac{6}{10} - \frac{2 \times 2}{5 \times 2} &= \\ = \frac{6}{10} - \frac{4}{10} &= \\ = \frac{2}{10} &= \\ = \frac{1}{5} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \frac{6}{10} - \frac{2}{5} &= \\ = \frac{6 : 2}{10 : 2} - \frac{5}{2} &= \\ = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} &= \\ = \frac{1}{5} \end{aligned}$
--	--	---

- Para adicionar ou subtrair números fraccionários, transformam-se todas as fracções noutras equivalentes, com o mesmo denominador.

6.13. Como adicionar ou subtrair um número inteiro com um número fraccionário

1. Se o número fraccionário for **menor que 1** basta representar a **soma ou a diferença na forma mista**:

$$1 + \frac{3}{4} = 1 \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{7} + 2 = 2 \frac{3}{7}$$

$$4 - \frac{1}{4} = 3 \frac{3}{4}$$

2. Se o número fraccionário for maior que 1:

- **adiciona-se ou subtrai-se a parte inteira ao número inteiro** e representa-se a soma ou a diferença na forma mista:

$$\frac{5}{4} + 2 =$$

$$= 1 \frac{1}{4} + 2 =$$

$$= 3 \frac{1}{4}$$

- transforma-se o **número inteiro em fracção** e representa-se a soma ou a diferença na forma mista:

$$3 - \frac{7}{4} = \frac{12}{4} - \frac{7}{4} = \frac{5}{4} = 1 \frac{1}{4}$$

NOTA: No caso da subtracção o aditivo tem de ser sempre maior do que o subtrativo.

Exercícios

1. Adiciona os seguintes números decimais:

$$3,425 + 2,27$$

$$309,06 + 81,69$$

$$35 + 3,96 + 17,09$$

2. Adiciona os seguintes números fraccionários:

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$$

$$\frac{7}{6} + \frac{1}{3}$$

$$1 + \frac{3}{5}$$

3. Calcula as seguintes diferenças:

$$8,03 - 3,94$$

$$430,9 - 67,32$$

4. Calcula o valor das seguintes expressões numéricas:

$$0,6 + 7 - 1,3$$

$$9 - \frac{3}{5} + \frac{4}{10}$$

Exercícios e Problemas

1. Explica o significado de algumas expressões da vida corrente tais como:

- um quarto de hora;
- meia dúzia de ovos;
- meio bilhete;
- três quartos de hora;
- um quarto de quilo de frango.

2. Enquadra cada um dos números seguintes entre dois inteiros consecutivos:

$$\frac{13}{6}$$

$$3\frac{2}{3}$$

$$\frac{11}{6}$$

$$\frac{22}{5}$$

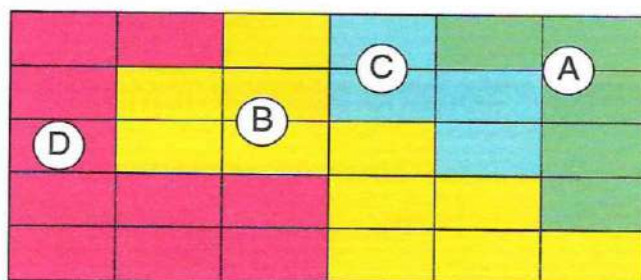
3. O Juvenal lê 180 palavras em 95 segundos.

O Ulisses lê 140 palavras em 88 segundos.

Quem lê mais depressa?

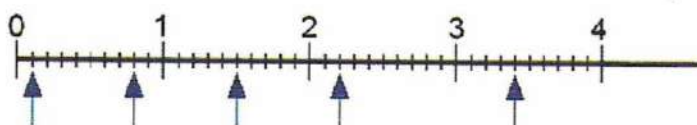
4. A Ana dividiu um chocolate em quatro partes. Deu $\frac{5}{30}$ à Isabel, o dobro à Alzira, ao Ulisses mais $\frac{1}{30}$ que à Alzira e o que sobrou ficou para o Jorge.

Observa o desenho e descobre quem comeu cada uma das partes do chocolate.



5. Escreve os números correspondentes aos pontos assinalados.

Utiliza fracções ou decimais.



6. Uma bicicleta está à venda por 1 600 000 Dbs. Desta quantia $\frac{4}{5}$ são para comprar outra bicicleta.

Que quantia sobrou?

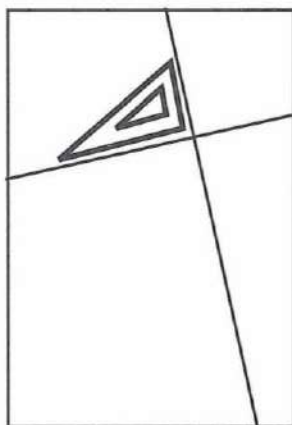
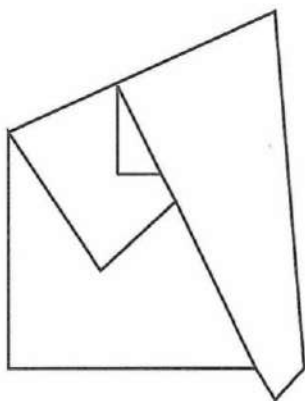
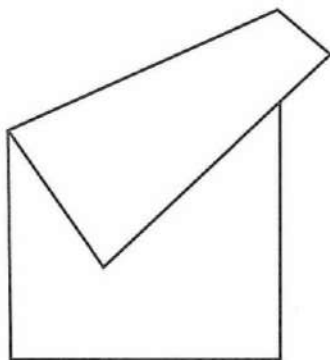
UNIDADE

7

Ângulos e Triângulos

7. ÂNGULOS E TRIÂNGULOS

7.1. Rectas e ângulos

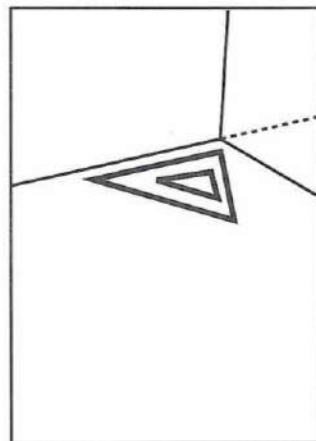
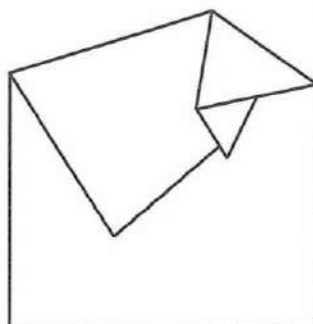
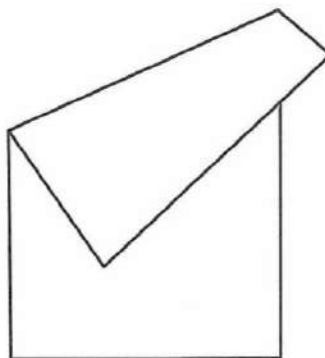


Actividade 1

- Pega numa folha de papel branco e dobra-a de qualquer maneira. Volta a dobrar a folha de modo que um dos lados do vinco coincida com o outro lado.
- Vinca bem as dobras do papel.
- Traça as duas linhas que coincidem com os vincos do papel.
- Com a ajuda de um esquadro identifica os quatro ângulos em que a folha ficou dividida.

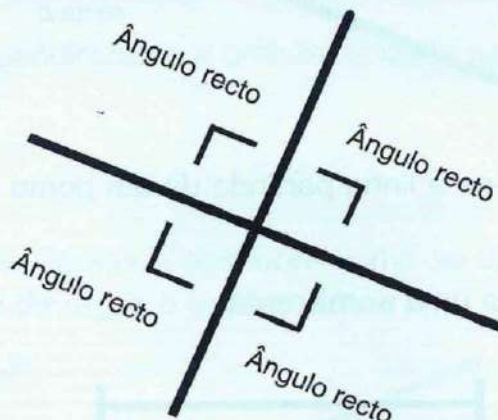
Actividade 2

- Pega numa folha de papel branco, dobra-a e volta a dobrá-la de modo que um dos lados do vinco não coincida com o outro lado.
- Vinca bem as dobras do papel.
- Traça as linhas que coincidem com os vincos.
- Com a ajuda de um esquadro verifica se os quatro ângulos em que a folha ficou dividida são, ou não, ângulos rectos.

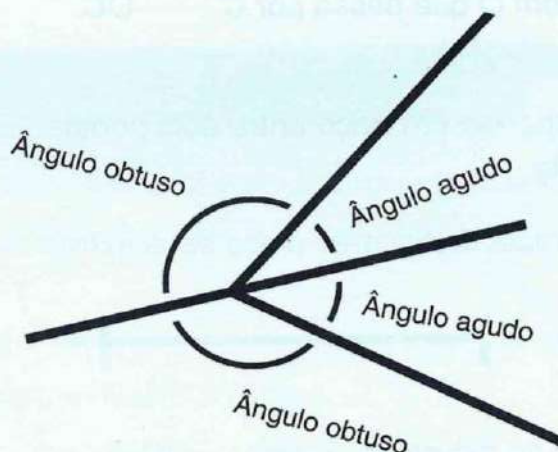


Informação

- Os vincos do papel obtidos na Actividade 1 anterior dividem a folha em 4 ângulos rectos.



- Os vincos obtidos na Actividade 2 também dividem a folha em 4 ângulos: dois deles são maiores do que o ângulo recto e dois são menores do que o ângulo recto.



7.2. Recta, semi-recta e segmento de recta

Com uma régua pode-se desenhar uma linha que pode ser prolongada para ambos os lados.

- Essa linha representa uma recta. Para se poder definir uma recta temos de considerar dois dos seus pontos.

Uma recta designa-se por:

- dois dos seus pontos



- ou por uma letra minúscula



- Pode também desenhar-se a linha partindo de um ponto e prolongando-a para um dos lados.

Esse traço representa uma **semi-recta**.



Uma semi-recta designa-se pela sua origem e por outro dos seus pontos:

semi-recta de origem O que passa por $C \rightarrow \overrightarrow{OC}$.

- Pode ainda desenhar-se um traço entre dois pontos. Esse traço representa um **segmento de recta**.
- Um segmento de recta designa-se pelos seus extremos:



segmento de recta de extremos G e $H \rightarrow [GH]$.

7.3. Rectas concorrentes

- Duas rectas quaisquer que se cruzam num ponto denominam-se **rectas concorrentes**.
- Se as rectas formarem entre si 4 ângulos rectos chamam-se **rectas perpendiculares**.

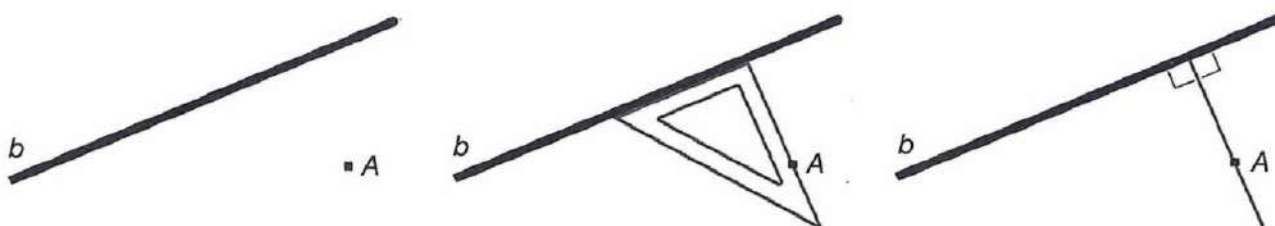
7.4. Rectas perpendiculares

Tarefa de Investigação

Traça duas rectas perpendiculares a uma recta dada passando, cada uma delas, por um ponto exterior à recta.

Investiga

Analisa a sequência de figuras e descobre como se consegue resolver a tarefa de investigação com a ajuda da régua e do esquadro.



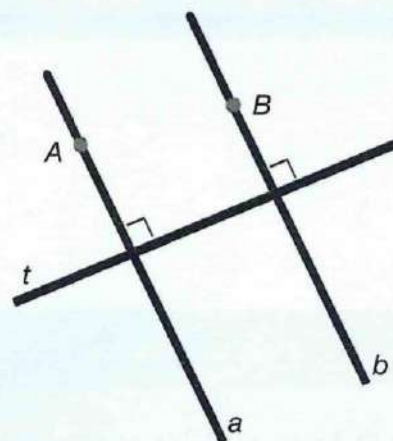
Informação

Como já tinhas reparado, um esquadro tem dois dos seus lados perpendiculares (formam um ângulo recto); por isso é que é possível traçar com ele e com uma régua uma recta perpendicular a outra.

No caso do problema anterior:

$a \perp t \rightarrow$ a recta a é perpendicular à recta t

$b \perp t \rightarrow$ a recta b é perpendicular à recta t



7.5. Rectas paralelas

Por mais que tentes prolongar os traços a e b , eles não se encontram nunca.

Por isso, dizemos que as rectas a e b são **rectas paralelas**.

$a \parallel b \rightarrow$ lê-se: a recta a é paralela à recta b .

Podemos também dizer, em geometria, que:

Se $a \perp t$ e $b \perp t \rightarrow$
então $a \parallel b$

Se a recta a é **perpendicular** à recta t e se a recta b é **perpendicular** à recta t , então a recta a é **paralela** à recta b .

Como se traçam rectas paralelas com a ajuda da régua e do esquadro?

Descreve as fases por que precisas de passar.

Traça duas rectas paralelas, no teu caderno, com a ajuda da régua e do esquadro.

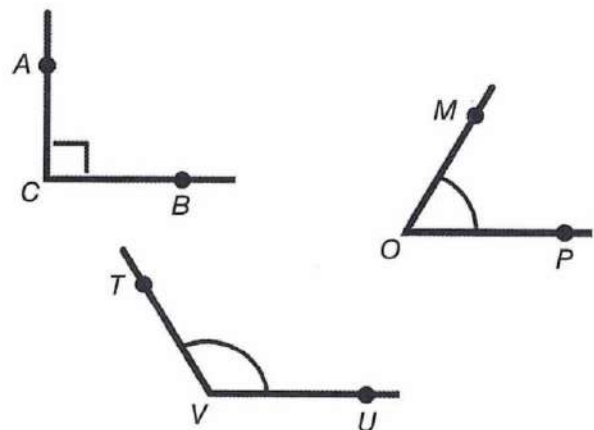
Pede a ajuda do teu professor.

7.6. Ângulos

Actividade

Observa os ângulos desenhados ao lado.

- Qual te parece ser o maior?
- E qual é o mais pequeno?



Informação

- O ângulo MOP será maior que o ângulo TVU ?
- Um ângulo é determinado por duas semi-rectas que são os seus lados. A origem das semi-rectas é o **vértice do ângulo**.

Para designar um ângulo utiliza-se o símbolo $\sphericalangle$.

No $\sphericalangle POM$ a letra do meio é o vértice do ângulo; a primeira letra representa um ponto de um dos lados e a segunda representa um ponto do outro lado.

- Os lados de um ângulo podem prolongar-se, mas o ângulo permanece o mesmo.

- Um ângulo não depende do “tamanho” dos lados que o constituem mas sim da sua “abertura”.

$O \angle ABC$ será

- recto?
- agudo?
- obtusos?

- Só podemos ter a certeza se medirmos o “tamanho” do ângulo, ou seja, a amplitude do ângulo.

A amplitude é uma grandeza, como o é o comprimento, a área e o peso, que já conheces.

Então, para medir a amplitude de um ângulo é preciso:

- uma unidade de medida;
- um instrumento de medida.

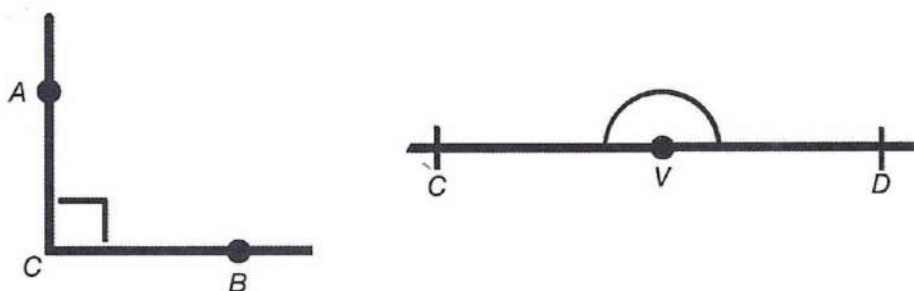
7.7. Unidade de medida de amplitude

Para medir a amplitude de um ângulo temos de ter como unidade de medida uma **amplitude**.

Para designar a amplitude de um ângulo usa-se o símbolo $\hat{}$, colocado sobre a letra indicativa do vértice do ângulo a que se refere:

$\hat{AOB}$ lê-se: amplitude do $\angle AOB$.

Exemplo:



$\hat{CVD} = 2 \times \hat{AOB}$ lê-se: a amplitude do ângulo CVD é o dobro da amplitude do ângulo AOB .

Também se pode escrever da seguinte forma:

$\text{med } \hat{CVD} = 2$, considerando como unidade a amplitude de $\hat{AOB}$, e lê-se: a medida da amplitude do ângulo CVD é 2.

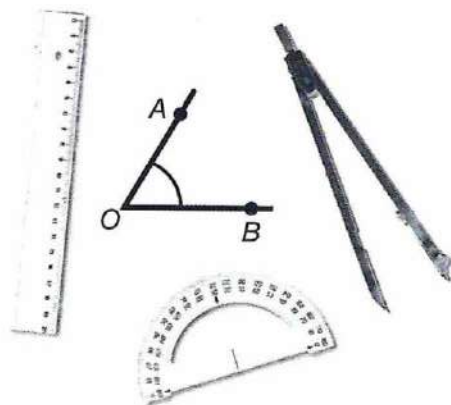
Tal com acontece com as outras grandezas, foi preciso criar uma unidade-padrão.

A **unidade-padrão** de medida da amplitude é o **grau**.

1° (1 grau) $\rightarrow$ amplitude $\nlessgtr$ STP



7.8. Medição da amplitude de ângulos



Actividade

- Mede a amplitude do ângulo representado na figura.
- Dos vários objectos representados, qual deles serve para medir a amplitude de um ângulo?

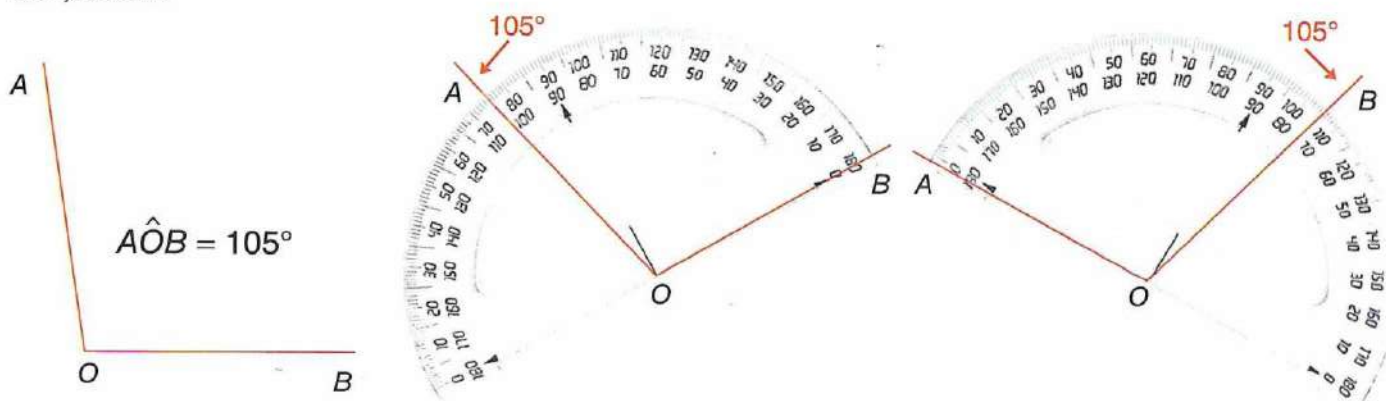
Informação

Um compasso não é um instrumento de medida. Já se viu que um ângulo não tem nada a ver com o comprimento dos seus lados. Por isso, a régua também não serve. O instrumento de medida da amplitude do ângulo só pode ser o objecto que sobra na figura – o **transferidor**.

7.9. Construção de ângulos

Vamos aprender como usar o transferidor para medir a amplitude de um ângulo.

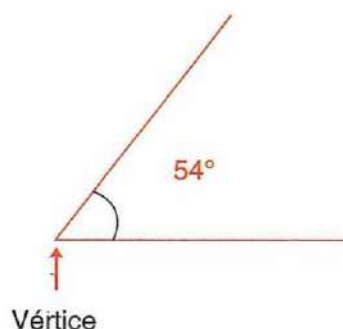
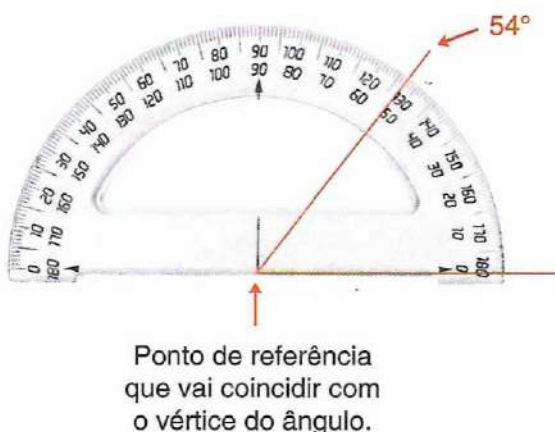
Observa os desenhos onde estão representadas as formas de calcular a amplitude do $\angle AOB$.



Usamos, de igual forma, o transferidor para construir um ângulo com uma determinada amplitude.

Por exemplo:

Construir um ângulo com a amplitude de 54° .



1. Traça-se um dos lados do ângulo.
2. Coloca-se o transferidor de tal modo que:
 - o ponto de referência coincida com o vértice do ângulo;
 - a graduação zero fique sobreposta ao lado traçado.
3. O outro lado do ângulo terá de passar pelo valor da graduação (neste caso 54°):
 - marca-se um ponto junto ao transferidor correspondente à abertura de 54° ;
 - une-se o ponto marcado com o vértice do ângulo.

7.10. Classificação de ângulos

O quadro seguinte resume a classificação dos ângulos.

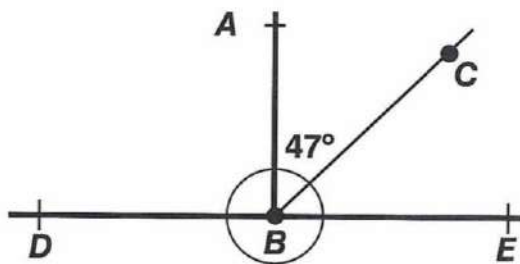
Nome do ângulo	Amplitude do ângulo	Representação do ângulo	Designação do ângulo
Giro	360°		$\sphericalangle AVB$
Nulo	0°		$\sphericalangle CVD$
Raso	180°		$\sphericalangle EVF$
Recto	90°		$\sphericalangle GVH$
Agudo	Inferior a 90°		$\sphericalangle IVJ$
Obtuso	Superior a 90°		$\sphericalangle LVM$
	Superior a 180°		$\sphericalangle NVO$

Exercícios

1. Com a ajuda do transferidor mede o ângulo assinalado em cada um dos casos.



2. Constrói uma figura semelhante à desenhada abaixo, tendo em conta que a recta definida pelos pontos D e E é **perpendicular** à semi-recta $\hat{B}A$.



Calcula a amplitude dos ângulos CBE e ABD sem recorrereres ao transferidor.
Confirma as medidas obtidas com a ajuda do transferidor.

3. Observa as figuras. Nos casos em que for possível, faz a leitura das amplitudes dos ângulos assinalados.

Fig. 1

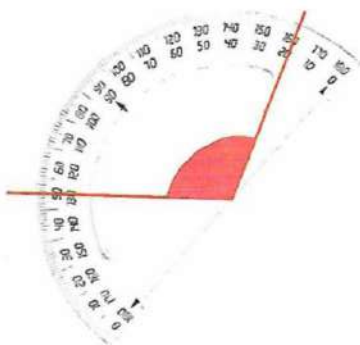


Fig. 2



Fig. 3

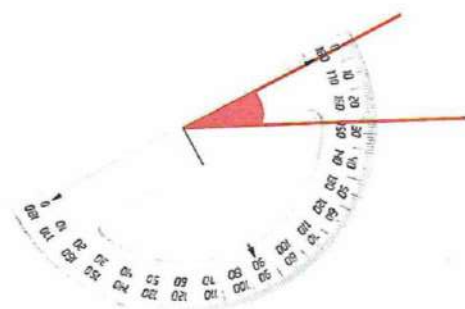
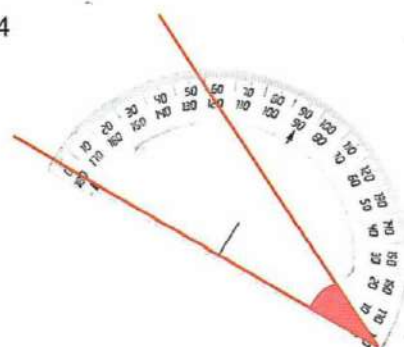


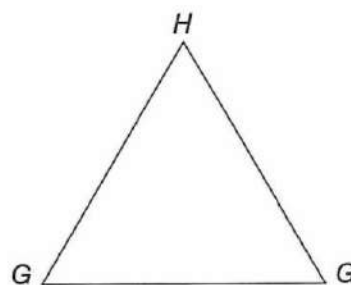
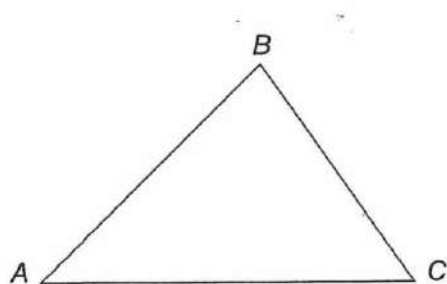
Fig. 4



TRIÂNGULOS

Tarefa de Investigação

A multiplicação tem as mesmas propriedades que a adição?

**Investiga**

Será que um triângulo tem sempre três ângulos agudos?

Vamos pensar...

- Traça vários tipos de ângulos e recorta-os.
- Pinta e corta como mostra a figura.
- Junta os pedaços como mostra a figura.

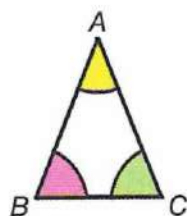


Fig. 1

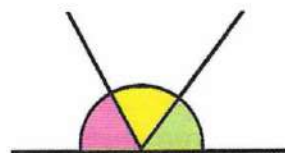


Fig. 2

Experimenta com vários triângulos, considerando todas as hipóteses.

Informação

Se observares o que aconteceu na situação anterior verificas que os três ângulos do triângulo, juntos, formam um ângulo que tem 180° de amplitude.

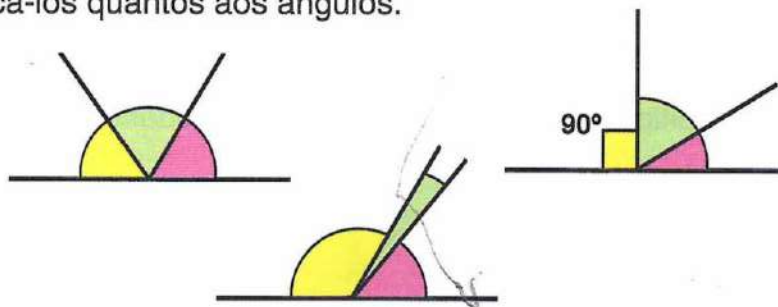
Podemos então dizer que **a soma das amplitudes dos ângulos de um triângulo é 180° .**

7.11. Classificação de triângulos quanto aos ângulos

Vamos pensar nas possibilidades de ângulos que os triângulos podem ter e, com base no que concluirmos, classificá-los quanto aos ângulos.

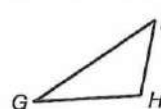
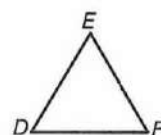
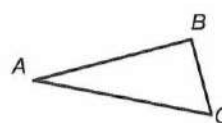
Um triângulo pode ter:

- 1 ângulo recto e 2 agudos;
- 3 ângulos agudos;
- 1 ângulo obtuso e 2 agudos.



Estas três hipóteses correspondem a três tipos de triângulos:

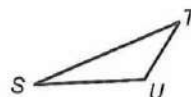
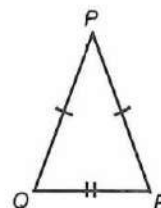
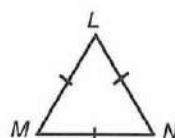
- Triângulo rectângulo $\triangle [ABC]$
 - 1 ângulo recto
 - 2 ângulos agudos
- Triângulo acutângulo $\triangle [DEF]$
 - 3 ângulos agudos
- Triângulo obtusângulo $\triangle [GHI]$
 - 1 ângulo obtuso
 - 2 ângulos agudos



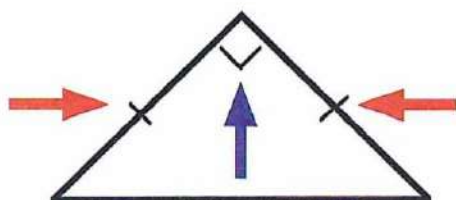
7.12. Classificação de triângulos quanto aos lados

Um triângulo pode ter:

- 3 lados geometricamente iguais
 $\triangle [LMN]$ – **triângulo equilátero**
- 2 lados geometricamente iguais e um diferente
 $\triangle [PQR]$ – **triângulo isósceles**
- 3 lados todos diferentes
 $\triangle [STU]$ – **triângulo escaleno**



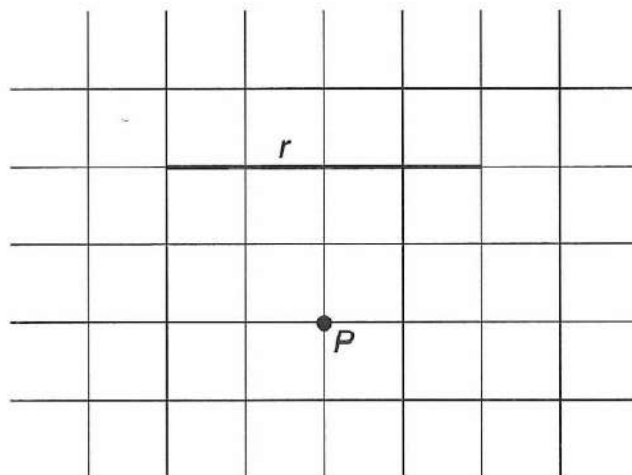
Como observaste, usámos sinais que foram convencionados para indicar algumas propriedades dos lados e ângulos dos triângulos, tais como:



- ângulo recto
- dois lados geometricamente iguais — a colocação do mesmo sinal em dois ou mais segmentos de recta.

Exercícios e Problemas

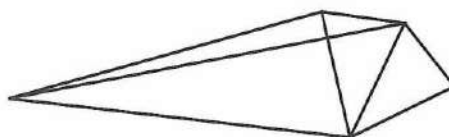
1. Em papel quadriculado traça a recta r e marca o ponto P como mostra a figura.



Sem recorrer a qualquer instrumento de desenho:

- marca um ponto Q de modo que a recta PQ seja paralela à recta r ;
- marca um ponto S de modo que a recta PS seja perpendicular à recta r .

2. Quantos triângulos podes encontrar na figura seguinte?



3. Traça um triângulo $[ABC]$ qualquer.

Traça a linha paralela a $[BC]$ passando por A .

Traça a linha paralela a $[AC]$ passando por B .

Traça a linha paralela a $[AB]$ passando por C .

4. Constrói um triângulo $[PQR]$ e marca um ponto S no seu interior.

Assinala um ponto T tal que, simultaneamente, P , Q e T estejam alinhados e R , S e T também.

5. Traça um triângulo $[DEF]$ rectângulo em D .

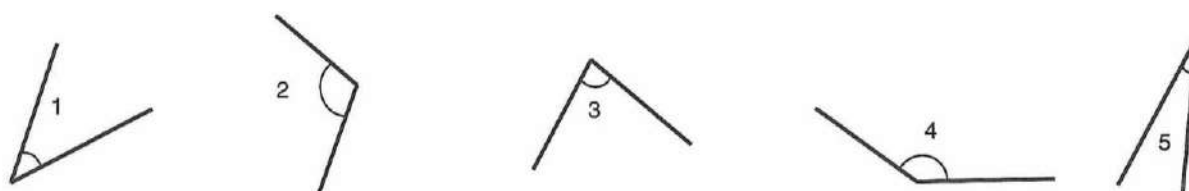
Traça a linha r paralela a $[EF]$ passando por D .

Traça a linha s paralela a $[DF]$ passando por E .

Traça a linha t paralela a $[DE]$ passando por F .

O que podes dizer quanto às rectas s e t ?

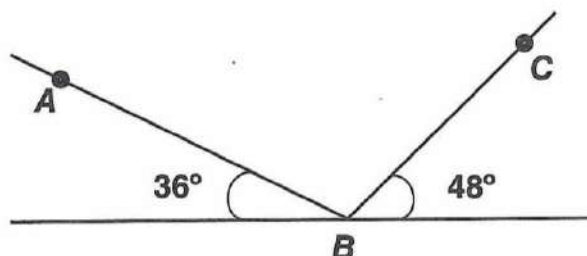
6. Observa os cinco ângulos e copia o quadro seguinte para o teu caderno.



Ângulo	Amplitude	Classificação
	27°	
	40°	
	85°	
	120°	
	145°	

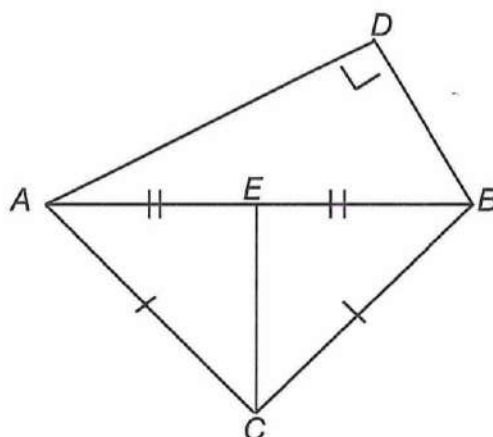
- Escreve na coluna dos ângulos, para cada amplitude, o número que pensas que lhe corresponde, sem efectuares qualquer medição.
- Quais são os ângulos agudos?
- Quais são os ângulos obtusos?
- Regista os nomes dos ângulos na coluna "Classificação".

7. Quanto mede o ângulo ABC ? (Não utilizes o transferidor.)



8. Traça duas rectas paralelas r e s e uma semi-recta perpendicular à recta s com origem num ponto P de r .

9. Os sinais convencionais usados na figura seguinte dão várias indicações. Observa-os.



Copia, para o teu caderno, as frases e completa-as.

- O triângulo $[ABC]$, quanto aos lados, é um triângulo _____.
- O triângulo $[ADB]$, quanto aos ângulos, é um triângulo _____ em _____.
- $[CE]$ é _____ a $[AB]$.
- $[AC]$ e $[CB]$ são dois segmentos de recta com o _____ comprimento.

10. Os ponteiros das horas e dos minutos de um relógio formam sempre um ângulo.

- Qual a medida desse ângulo nos casos:

8:00

3:30

9:00

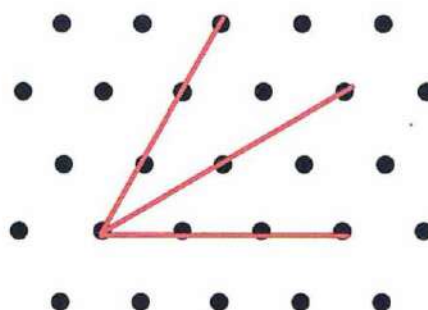
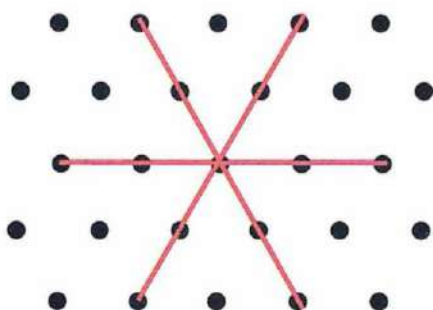
1:00

- Há dois momentos em que o ângulo formado pelos ponteiros das horas e dos minutos é recto. Quais são esses momentos?
- Quantos graus roda o ponteiro mais pequeno entre:
 - as 14:00 e as 16:00?
 - as 16:00 e as 21:00?
 - as 3:00 e as 18:00?

11. Desenha um triângulo escaleno $[ABC]$. Pelo vértice B traça uma linha s paralela ao lado $[AC]$.

12. Nas figuras, os ângulos estão desenhados nas malhas triangulares.

Indica a amplitude de cada um dos ângulos assinalados sem utilizares o transferidor.



UNIDADE

8

Volumes

8. VOLUMES

8.1. Noção de volume

Tarefa de Investigação

Os poliedros da Fig. A e da Fig. B têm o mesmo volume?

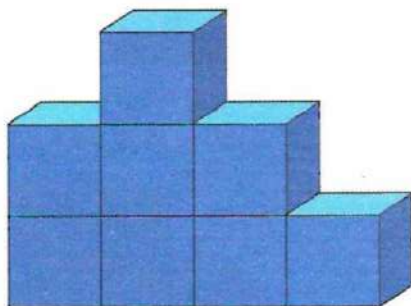


Fig. A

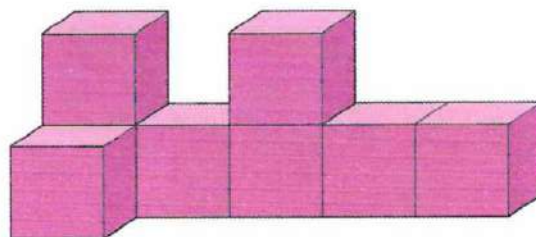
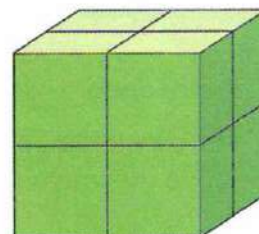


Fig. B

Investiga

Com os cubos de madeira que existem na tua escola, material cuisenaire ou outras peças de construção, constrói um cubo idêntico à figura ao lado.

- Desmonta esse cubo e com as peças constrói um poliedro idêntico ao da Fig. A.
- Desmonta o poliedro da Fig. A e constrói um poliedro idêntico ao da Fig. B.
- Desmonta o poliedro da Fig. B e tenta construir o cubo de que partiste.
- Obtiveste poliedros com o mesmo volume?



8.2. Poliedros equivalentes

Informação

- O cubo inicial e o que construístes são equivalentes, por isso, têm o mesmo volume.
- Poliedros com formas diferentes, que se transformam um no outro, dizem-se **poliedros equivalentes** e têm o **mesmo volume**.
- Todos os poliedros que tu possas construir a partir do cubo são poliedros equivalentes e, por isso, têm o mesmo volume.

Exercícios

1. Considerando como unidade o volume de um , qual é o volume dos seguintes poliedros:

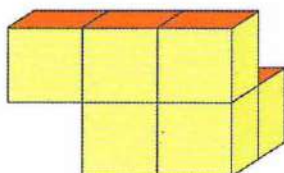


Fig. A

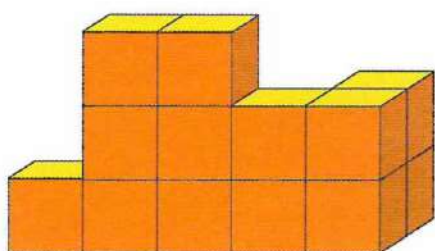


Fig. B



Fig. C

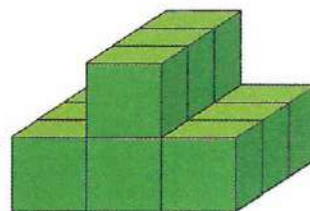


Fig. D

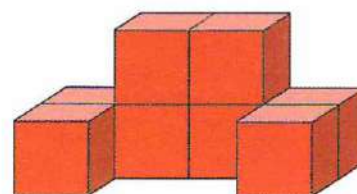


Fig. E

2. Descobre, entre os poliedros da questão anterior, os que têm o mesmo volume.

8.3. Medida de volume

Atividade

Os paralelepípedos da figura têm o mesmo volume.

Um é constituído por caixas de sapatos pequenas.

Outro por caixas de sapatos grandes.

Determina o volume do paralelepípedo da Fig. 1 considerando como unidade o volume da caixa de sapatos pequena.

$u_1 =$ unidade de volume $V_1 = ?$

Determina o volume do paralelepípedo da Fig. 2 considerando como unidade o volume da caixa de sapatos grande.

$u_2 =$ unidade de volume $V_2 = ?$

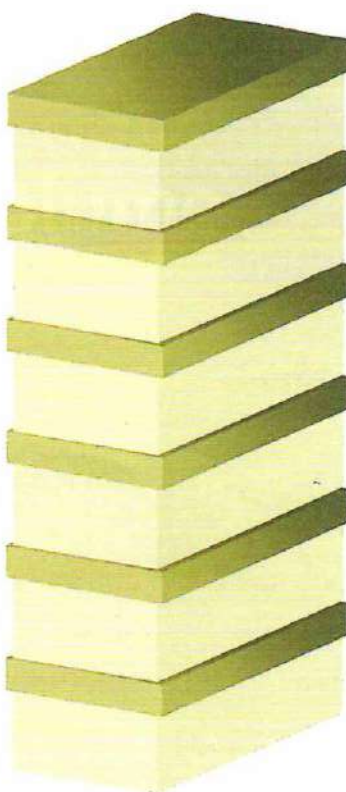


Fig. 1

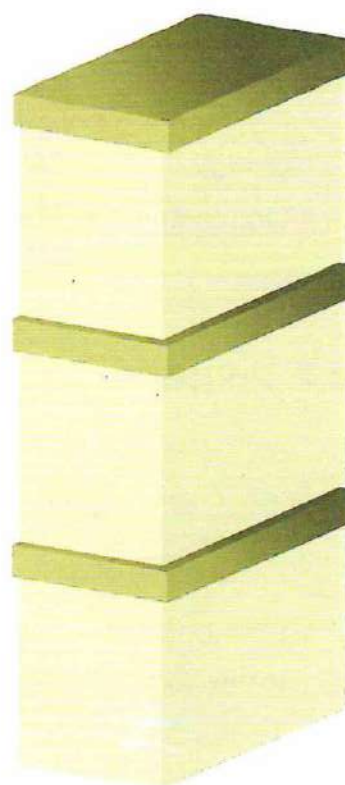


Fig. 2

Informação

Os dois paralelepípedos da Fig. 1 e da Fig. 2 têm o mesmo volume.

$$V_1 = V_2$$

Porque é que se obtêm para cada um deles números diferentes?

Isso acontece porque as unidades são diferentes.

$$u_1 \neq u_2$$

Podemos, então, concluir que:

- Apesar dos dois paralelepípedos terem o mesmo volume, têm medidas de volume diferentes.
- Para uniformizar as unidades de volume houve necessidade de criar uma unidade-padrão de volume, o metro cúbico (m^3).

Esta unidade de volume (m^3) é o volume de um cubo com 1 m de aresta.

Como acontece com as outras grandezas, esta também tem submúltiplos, o dm^3 , o cm^3 e o mm^3 .

O dm^3 é o volume de um cubo com 1 dm de aresta.

O cm^3 é o volume de um cubo com 1 cm de aresta.

Exercícios

1. Se as caixas de sapatos da questão anterior fossem formadas por cubos geometricamente iguais, com 1 cm de aresta, quais seriam os volumes dos paralelepípedos da Fig. 1 e da Fig. 2 em cm^3 ?

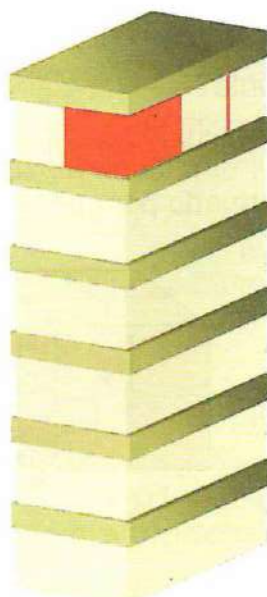


Fig. 1

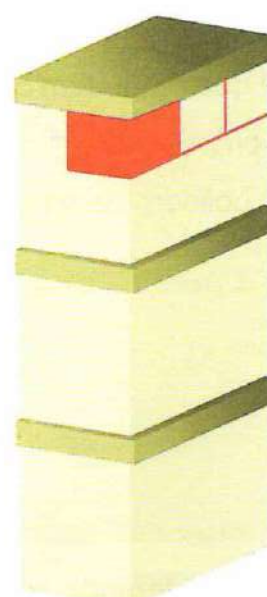


Fig. 2

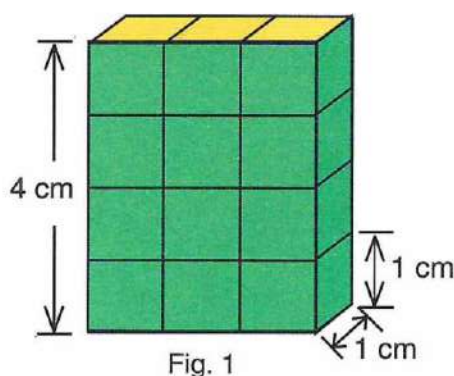
8.4. Volume do paralelepípedo, do prisma quadrangular e do cubo

Tarefa de Investigação

Descobre a forma de calcular o volume de um paralelepípedo a partir da área da base e da altura.

Investiga

O poliedro da figura é formado por cubos geometricamente iguais.



- Calcula o volume do paralelepípedo da Fig. 1, considerando como unidade o cm^3 .
- Faz um quadro igual ao seguinte no caderno e regista o valor que encontraste no local correcto.

Altura	2 cm	4 cm	8 cm
Área da base			
3 cm^2			

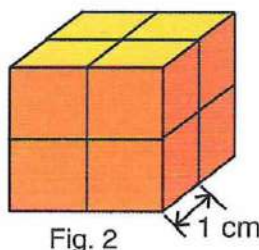
- Completa o preenchimento da tabela calculando o volume dos paralelepípedos.

O que é que os três paralelepípedos têm em comum?

O que é que têm de diferente?

Compara os volumes que obtiveste e tira conclusões.

O poliedro da figura 2 é formado por cubos geometricamente iguais.



- Considerando como unidade o cm^3 , calcula o seu volume.

- Copia para o caderno a seguinte tabela e preenche-a.

Área da base \ Altura	2 cm
2 cm ²	
1 cm ²	
4 cm ²	

- Qual dos três paralelepípedos é o da Fig. 2?

O que é que os três paralelepípedos têm em comum?

O que é que têm de diferente?

Compara os volumes que obtiveste e tira conclusões.

- Copia para o teu caderno e preenche a tabela, calculando o volume dos paralelepípedos pedidos.

Área da base \ Altura	7 cm	3 cm	5 cm
5 cm ²			
9 cm ²			

Analisa a tabela e tenta responder à tarefa de investigação que te foi proposta.

Informação

Volume do paralelepípedo

Como verificaste no decorrer da realização da tarefa de investigação, o volume de um paralelepípedo depende da área da base e da altura.

O **volume do paralelepípedo** da Fig. 1 da tarefa é:

$V = 12 \text{ cm}^3$ porque $A_b = 3 \text{ cm}^2$ e $a = 4 \text{ cm}$, em que A_b representa a área da base e a a altura.

O **volume do cubo** da Fig. 2 é:

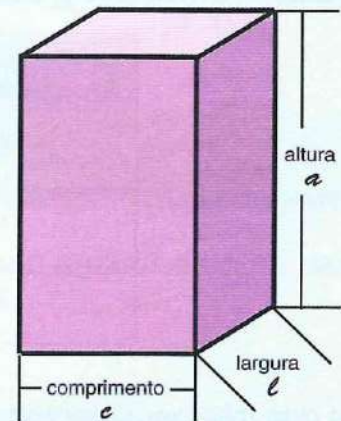
$V = 8 \text{ cm}^3$ porque $a = 2 \text{ cm}$, em que a representa a aresta.

A medida do **volume** de um paralelepípedo é o **produto** das medidas das **suas dimensões**.

As dimensões do paralelepípedo são o comprimento, a altura e a largura.

$$V = c \times l \times a$$

$$V = A_b \times a \quad \text{em que } A_b = c \times l$$



8.5. Volume do prisma quadrangular

- O prisma quadrangular é um paralelepípedo em que a base é um quadrado.

Então, $c = l \longrightarrow V = l \times l \times a$ ou $V = l^2 \times a$

8.6. Volume do cubo

- O cubo é um paralelepípedo em que as arestas são geometricamente iguais. Também se pode dizer que é um prisma quadrangular com todas as arestas geometricamente iguais.

$$c = l = a$$

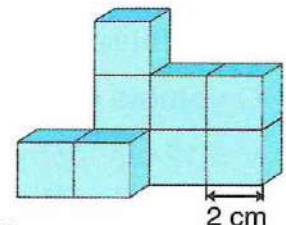
$$V = a \times a \times a$$

$$V = a^3$$

Exercícios

1. O poliedro da figura é formado por 9 cubos geometricamente iguais.

- Qual é o volume do poliedro, considerando como unidade o volume do cubo cuja medida da aresta está assinalada na figura?
- Qual é o volume do poliedro considerando como unidade o cm^3 ?



2. Escreve, por ordem decrescente, os volumes dos seguintes sólidos (A, B e C):

A – paralelepípedo rectângulo de arestas 2 cm; 4 cm; 75 mm.

B – cubo de 4 cm de aresta.

C – paralelepípedo rectângulo de arestas 5,2 cm; 40 mm; 2,5 cm.

8.7. Unidades de volume e unidades de capacidade

Exercícios

Relaciona as unidades de capacidade com as unidades de volume.



Investiga

- Calcula o volume, em cm^3 , de várias embalagens de 1 litro de produto, de formas diferentes.
- Constrói uma tabela e regista nela os valores obtidos.
- Tira conclusões.

Informação

1 litro é a quantidade de líquido que ocupa o volume de 1 dm^3 .

O litro é a unidade fundamental de capacidade.

Múltiplos do litro: dal, hl, kl

Submúltiplos do litro: dl, cl, ml

- Podemos relacionar as unidades de capacidade com as unidades de volume da seguinte forma:

$$1 \text{ kl} = 1 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$$

Um exemplo da necessidade de conhecer esta relação entre os dois tipos de unidades é o consumo de água nas habitações, que é medido, pela empresa que a distribui, em m^3 , ou seja, em milhares de litros ou kl.

Exercícios

Preenche o quadro seguinte, relacionando as unidades de volume do sistema métrico com as unidades de capacidade usadas pela maioria dos países.

[illegible]

No quadro estão registados os seguintes valores:

$$6,8 \text{ dam}^3 =$$

$$3,2507 \text{ hm}^3 =$$

$35 \text{ dm}^3 =$

$$406 \text{ hm}^3 =$$

$27 \text{ cm}^3 =$

- Estabelece a correspondência de cada um dos valores registrados em unidades de volume com os mesmos valores em unidades de capacidade e registra-os.
- Transforma os seguintes valores de acordo com as unidades indicadas:

406 hm³ em dm³

27 ml em l

35 l em m³

93 cm³ em l

29,5 dm³ em ml

Exercícios e Problemas

1. Transforma em m^3 :

2305 dm^3

3,7 dam^3

20 704 cm^3

2. Transforma nas unidades indicadas:

14 m^3 em dm^3

75 dm^3 em l

803 cm^3 em cl

3. Coloca por ordem decrescente de volume:

40 000 cm^3

8 dm^3

700 000 mm^3

40 cm^3

0,4 m^3

4. Assinala com X a unidade mais apropriada para indicar o volume de:

Um livro: dam^3 ; m^3 ; dm^3 ; cm^3 ; mm^3

Um CD: dam^3 ; m^3 ; dm^3 ; cm^3 ; mm^3

Uma sala de aula: dam^3 ; m^3 ; dm^3 ; cm^3 ; mm^3

5. Quantos cubos de 3 cm de aresta se podem arrumar numa caixa paralelepipedica com dimensões de 30 cm, 18 cm e 9 cm?

6. Cada face de um cubo tem 16 cm^2 de área.

- Qual é o volume do cubo?

7. A área total de um cubo é 150 dm^2 .

- Qual é o volume do cubo?

8. O Ulisses colou 3 paralelepipedos com os seguintes volumes:

- 0,00024 m^3 ; 216 cm^3 ; 3,84 dm^3

- Qual é o volume do novo sólido?

9. Uma caixa com as dimensões 36 cm, 18 cm e 12 cm poderá ficar completamente cheia com um número inteiro de cubos de 6 cm de aresta?

- Se for possível, indica o número de cubos.

10. Numa caixa cúbica de 24 cm de aresta, quantos cubos se podem arrumar com:

- 2 cm de aresta, 3 cm de aresta, 6 cm de aresta e 12 cm de aresta?

11. O comprimento total das arestas de um cubo é 156 mm. Qual é o volume do cubo?

12. Num campo desportivo de forma rectangular, de dimensões 20 m e 16 m, foram colocados 13 m^3 de gravilha, numa camada aproximadamente regular. Calcula, em cm, a altura da gravilha.

13. Um paralelepípedo rectangular tem 225 cm^3 de volume. Sabendo que tem de comprimento o triplo da largura e que esta é 5 cm , quanto tem de altura?

14. Indica qual dos sólidos te parece ter maior volume:

- Paralelepípedo quadrangular de 1 cm de aresta da base e 240 cm de altura.
- Cubo de 30 cm de aresta.

Verifica a tua resposta, efectuando os cálculos necessários.

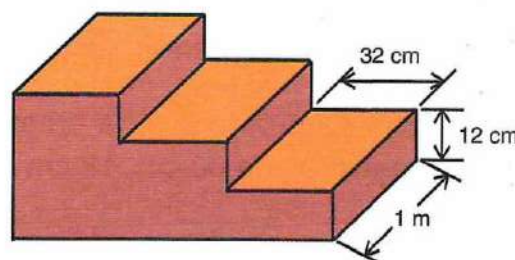
15. Se multiplicares por 2 a aresta de um cubo, como se modifica a área de uma face? E o volume do cubo?

16. Para cada um dos casos, assinala a resposta que te parece mais correcta.

- Volume de um pacote de 1 kg de açúcar:
 1 dm^3 ; 15 dm^3 ; 1 m^3 ; 100 cm^3
- Volume de uma caixa de bolo com a forma de um prisma quadrangular:
 $1,2 \text{ m}^3$; 1800 cm^3 ; 27 dm^3

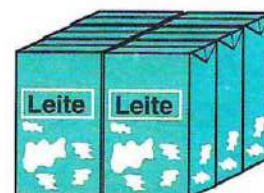
17. Observa a escada e as dimensões nela assinaladas.

- Sabendo que a escada é maciça, calcula o volume de massa que foi necessário utilizar para a construir.
- Calcula a quantidade de passadeira plastificada, com 1 m de largura, necessária para cobrir completamente todos os degraus.



18. As embalagens de 6 pacotes de leite apresentam, geralmente, esta arrumação.

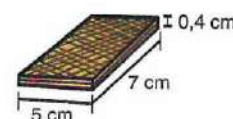
Quais são as dimensões da embalagem de 6 pacotes se as de cada pacote forem as seguintes:



Desenha uma embalagem em que os pacotes estejam agrupados um a um. Quais as dimensões da embalagem que desenhaste?

19. Cada bolacha de um pacote tem as seguintes dimensões:

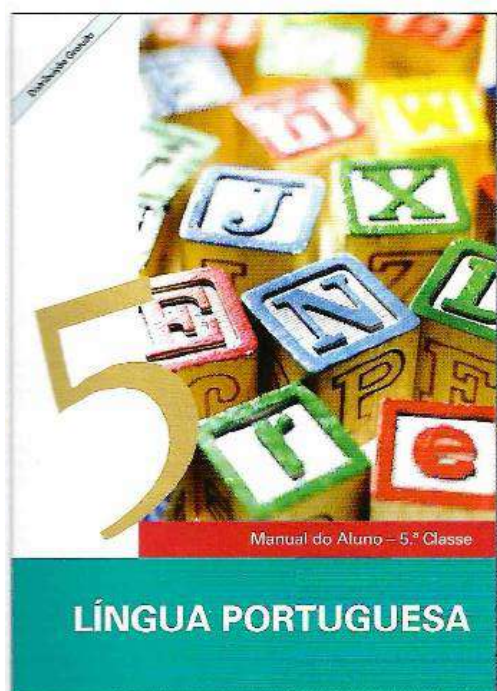
Regista todos os modos possíveis de guardar as 24 bolachas numa caixa sabendo que a caixa da figura tem 4 camadas, cada uma delas com 6 bolachas.



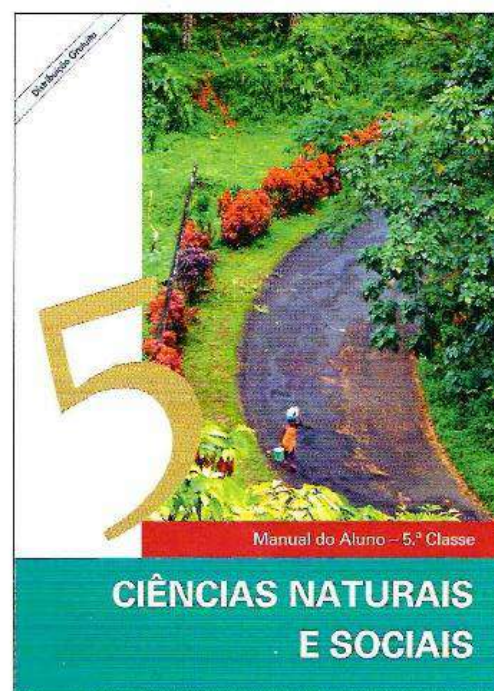
Quais são as dimensões das caixas necessárias para guardar as bolachas, para cada um dos casos anteriores?



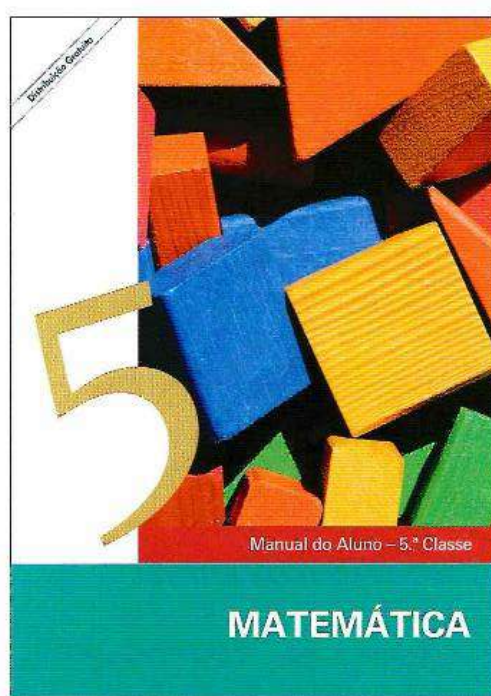
Títulos disponíveis



Língua Portuguesa
5.ª Classe



Ciências Naturais e Sociais
5.ª Classe



Matemática
5.ª Classe

SÍMBOLOS DE SÃO TOMÉ E PRÍNCIPE

Hino Nacional

Independência total

Independência total
Glorioso canto do povo
Independência total

Hino sagrado combate

Dinamismo

Na luta nacional

Juramento eterno

No país soberano

De São Tomé e Príncipe

Guerrilheiro da guerra sem armas na mão

Chama viva na alma do povo

Congregando os filhos das ilhas

Em redor da Pátria Imortal

Independência total, total e completa

Construindo no progresso e na paz

A Nação mais ditosa da terra

Com os braços heróicos do povo

Independência total

Glorioso canto do povo

Independência total

Hino sagrado combate

Trabalhando, lutando, lutando e vencendo

Caminhamos a passos gigantes

Na cruzada dos povos africanos

Hasteando a bandeira nacional

Voz do povo, presente, presente em conjunto

Vibra rijo no coro da esperança

Ser herói na hora do perigo

Ser herói no ressurgir do país

Independência total

Glorioso canto do povo

Independência total

Hino sagrado combate

Dinamismo

Na luta nacional

Juramento eterno

No país soberano

De São Tomé e Príncipe

Bandeira



Símbolo



Mapa



Cooperação entre

REPÚBLICA DEMOCRÁTICA DE SÃO TOMÉ E PRÍNCIPE
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

e



FUNDAÇÃO CALOUSTE GULBENKIAN