



REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

MATEMÁTICA

9ª Classe

Módulo 1

Baixar Livros & Exames em PDF

Somos o portal MozEstuda.com, um espaço dedicado à educação e ao conhecimento. Fornecemos links para o **download gratuito** de materiais de acesso livre, incluindo [exames anteriores](#), [livros e diversos PDFs](#) educacionais. Nosso objetivo é facilitar o aprendizado e a pesquisa, sempre respeitando os direitos autorais e promovendo o acesso legítimo ao conhecimento. Se você apreciou este conteúdo, considere apoiar os autores e editoras adquirindo versões oficiais sempre que possível. Todos os direitos autorais pertencem aos respectivos criadores e detentores de direitos. **Não vendemos nem lucramos com as obras disponibilizadas.** Aproveite e compartilhe com outros estudantes!

Para baixar livros em PDF, acesse biblioteca.mozestuda.com e pesquise o título desejado na barra de pesquisa. Ou, se preferir, siga/ Clique os links abaixo:

BAIXAR TODOS LIVROS ESCOLARES — MOÇAMBIQUE

Toque no **nome da Classe** para Baixar todos livros em PDF

12ª CLASSE

11ª CLASSE

10ª CLASSE

9ª CLASSE

8ª CLASSE

7ª CLASSE

6ª CLASSE

5ª CLASSE

4ª CLASSE

3ª CLASSE

2ª CLASSE

1ª CLASSE

BAIXAR TODOS MÓDULOS ESCOLARES —

MÓDULOS DO I CICLO

MÓDULOS DO II CICLO

LIVROS POR DISCIPLINAS - TODAS

BAIXAR EXAMES DA **6ª CLASSE** – MOÇAMBIQUE

Toque no **nome da disciplina** para Baixar todos exames em PDF

C. NATURAIS

C. SOCIAIS

MATEMÁTICA

PORTUGUÊS

BAIXAR EXAMES DA **10ª CLASSE** – MOÇAMBIQUE

Toque no **nome da disciplina** para Baixar todos exames em PDF

BIOLOGIA

FÍSICA

GEOGRAFIA

HISTORIA

INGLÊS

MATEMÁTICA

PORTUGUÊS

QUÍMICA

BAIXAR EXAMES DA **12ª CLASSE** – MOÇAMBIQUE

Toque no **nome da disciplina** para Baixar todos exames em PDF

BIOLOGIA

DGD

FILOSOFIA

FÍSICA

FRANCÊS

GEOGRAFIA

HISTÓRIA

INGLÊS

MATEMÁTICA

PORTUGUÊS

QUÍMICA

TODOS EXAMES

TODOS EDITAIS

TODOS LIVROS

BAIXAR EXAMES DE **ADMISSÃO** — MOÇAMBIQUE

Toque no **nome da Instituição** para Baixar todos exames em PDF

IFP / Formação de Professores

UEM

UJC/ ISRI

ISPG

ISPSONGO

AC. MILITAR

PRM

ISCAM

ICS — SAÚDE — ENSINO MÉDIO

ETP / Ensino técnico Profissional

UP / UniRios: Save, Rovuma, Licungo, ...

UNIZAMBEZE

ISPT

ISCISA

ACIPOL

CFJJ

IFAPA

EDITAIS

ENEM

VESTIBULARES

ENCCEJA

TODOS EXAMES



REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Ficha técnica

Consultoria:

Rosário Passos

Direcção:

Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:

Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:

Fátima Alberto Nhantumbo

Vasco Camundimo

Ilustração:

Raimundo Macaringue

Eugénio David Langa

Revisão:

Abel Ernesto Uqueio Mondlane

Lurdes Nakala

Custódio Lúrio Ualane

Paulo Chissico

Armando Machaieie

Simão Arão Sibinde

Amadeu Afonso



REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Disciplina de Matemática

9ª Classe

Módulo 1

Elaborado por:

Carlos Xavier F. Nhanguatava

Alfredo Agostinho Gomes

ÍNDICE

	Pág.
INTRODUÇÃO -----	I
Lição 01: Números Reais -----	1
Lição 02: Representação de Números Reais na Recta Graduada -----	15
Lição 03: Intervalos Reais, Definição e tipos de Intervalos -----	29
Lição 04: Representação de Intervalos numéricos Limitados -----	41
Lição 05: Representação de Intervalos numéricos Limitados -----	51
Lição 06: Intervalos Numéricos Limitados e Ilimitados -----	61
Lição 07: Operações com Intervalos-Reunião -----	71
Lição 08: Operações com Intervalos-Intersecção -----	83
Lição 09: Operações com Intervalos-Reunião e Intersecção -----	97
Lição 10: Resolução de Inequações Lineares -----	107
Lição 11: Resolução de Inequações Lineares(continuação) -----	119
Lição 12: Resolução de Inequações Lineares (revisão) -----	135
TESTE DE PREPARAÇÃO -----	149

Ficha técnica

Consultoria:

Rosário Passos

Direcção:

Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:

Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:

Fátima Alberto Nhantumbo

Vasco Camundimo

Ilustração:

Raimundo Macaringue

Eugénio David Langa

Revisão:

Abel Ernesto Uqueio Mondlane

Lurdes Nakala

Custódio Lúrio Ualane

Paulo Chissico

Armando Machaieie

Simão Arão Sibinde

Amadeu Afonso



REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

PROGRAMA DE ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA

MENSAGEM DO MINISTRO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

Estimada aluna,
Estimado aluno,

Sejam todos bem vindos ao primeiro programa de Ensino Secundário através da metodologia de Ensino à Distância.

É com muito prazer que o Ministério da Educação e Cultura coloca nas suas mãos os materiais de aprendizagem especialmente concebidos e preparados para que você, e muitos outros jovens moçambicanos, possam prosseguir os vossos estudos ao nível secundário do Sistema Nacional de Educação, seguindo uma metodologia denominada por “Ensino à Distância”.

Com estes materiais, pretendemos que você seja capaz de adquirir conhecimentos e habilidades que lhe permitam concluir, com sucesso, o Ensino Secundário do 1º Ciclo, que, compreende a 8ª, 9ª e 10ª classes. Com o 1º Ciclo do Ensino Secundário você pode melhor contribuir para a melhoria da sua vida, da sua família, da sua comunidade e do país.

O módulo escrito que tem nas mãos, constitui a sua principal fonte de aprendizagem e que “substitui” o professor que você sempre teve lá na escola. Por outras palavras, estes módulos foram concebidos de modo a poder estudar e aprender sozinho obedecendo ao seu próprio ritmo de aprendizagem.

Contudo, apesar de que num sistema de Ensino à Distância a maior parte do estudo é realizado individualmente, o Ministério da Educação e Cultura criou Centros de Apoio e Aprendizagem (A.A) onde, você e os seus colegas, se deverão encontrar com os tutores, para o esclarecimento de dúvidas, discussões sobre a matéria aprendida, realização de trabalhos em grupo e de experiências

laboratoriais, bem como a avaliação do seu desempenho. Estes tutores são facilitadores da sua aprendizagem e não são professores para lhe ensinar os conteúdos de aprendizagem.

Para permitir a realização de todas as actividades referidas anteriormente, os Centros de Apoio e Aprendizagem estão equipados com material de apoio ao seu estudo: livros, manuais, enciclopédias, vídeo, áudio e outros meios que colocamos à sua disposição para consulta e consolidação da sua aprendizagem.

Cara aluna,
Caro aluno,

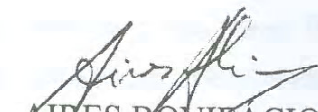
Estudar à distância exige o desenvolvimento de uma atitude mais activa no processo de ensino aprendizagem, estimulando em si a necessidade de dedicação, organização, muita disciplina, criatividade e, sobretudo determinação nos seus estudos.

O programa em que está a tomar parte, enquadra-se nas acções de expansão do acesso à educação desenvolvido pelo Ministério da Educação e Cultura, de modo a permitir o alargamento das oportunidades educativas a dezenas de milhares de alunos, garantindo-lhes assim oportunidades de emprego e enquadramento sócio-cultural, no âmbito da luta contra pobreza absoluta no país.

Pretendemos com este programa reduzir os índices de analfabetismo entre a população, sobretudo no seio das mulheres e, da rapariga em particular, promovendo o equilíbrio do género na educação e assegurar o desenvolvimento da Nossa Pátria.

Por isso, é nossa esperança que você se empenhe com responsabilidade para que possa efectivamente aprender e poder contribuir para um Moçambique Sempre Melhor!

Boa Sorte.



AIRES BONIFÁCIO ALI
MINISTRO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao estudo do Módulo 1 de Matemática para a 9ª Classe do Ensino à Distância. Acreditamos que você estudou todos os Módulos de Matemática da 8ª Classe, e que concluiu a classe com sucesso.

Na 8ª classe estudou na sua generalidade conteúdos que, abrangeram o estudo de números racionais, equações do 1º grau, quadrados e raízes quadradas, coordenadas cartesianas, círculos e circunferências, igualdade de triângulos, teorema de pitágoras, aplicações e funções lineares, estatística e finalmente sistema de duas equações com duas incógnitas.

Nesta 9ª classe terá a oportunidade de estudar números reais, operações com números reais, radiciação, funções do tipo $y = a \cdot x^n$, quadriláteros, semelhança de triângulos, e mais uma vez o teorema de pitágoras, posição relativa de duas circunferências, relação métrica no círculo, trigonometria, monômios, polinômios, casos notáveis, equações quadráticas e finalmente a estatística.

Neste Módulo 1 vai estudar Números reais; identificação de números racionais e irracionais; a representação de números reais na recta graduada; a identificação de intervalos de um conjunto representado por chavetas; a representação de intervalos (limitados e ilimitados) na recta graduada, e sob forma de condições; resolução de inequações lineares e representação do resultado sob forma de intervalos, bem como resolução de inequações utilizando princípios de equivalência.

E no final do Módulo há de resolver um teste de preparação, como forma de consolidar os seus conhecimentos e preparar se para a realização do teste do fim do Módulo.



Caro aluno, bem vindo ao seu estudo. Como sabe, eu sou Sr.ª **Madalena** e vou acompanhá-lo no seu estudo. Se tiver algumas questões sobre a compreensão da estrutura deste Módulo, leia as páginas seguintes. Caso contrário,... pode começar a trabalhar. Bom estudo!

Como está estruturada esta disciplina?

O seu estudo da disciplina de Matemática é formado por **15 Módulos**, cada um contendo vários temas de estudo. Por sua vez, cada Módulo está dividido em lições. Este **primeiro Módulo** está dividido em **12 lições**. Esperamos que goste da sua apresentação!

Como vai ser feita a avaliação?



Como este é o segundo módulo você vai ser submetido a um teste porém, primeiro deverá resolver o **Teste de Preparação**. Este Teste corresponde a uma auto-avaliação. Por isso você corrige as respostas com a ajuda da Sra. Madalena. Só depois de resolver e corrigir essa auto-avaliação é que você estará se está preparado para fazer o Teste de Fim de Módulo com sucesso.



Claro que a função principal do Teste de Preparação, como o próprio nome diz, é ajudá-lo a preparar-se para o Teste de Fim de Módulo, que terá de fazer no Centro de Apoio e Aprendizagem - CAA para obter a sua classificação oficial. Não se assuste! Se conseguir resolver o Teste de Preparação sem dificuldade, conseguirá também resolver o Teste de Fim de Módulo com sucesso!

Assim que completar o Teste de Fim de Módulo, o Tutor, no **CAA**, dar-lhe-á o Módulo seguinte para você continuar com o seu estudo. Se tiver algumas questões sobre o processo de avaliação, leia o Guia do Aluno que recebeu, quando se matriculou, ou dirija-se ao **CAA** e exponha as suas questões ao Tutor.

Como estão organizadas as lições?

No início de cada lição vai encontrar os **Objectivos de Aprendizagem**, que lhe vão indicar o que vai aprender nessa lição. Vai, também, encontrar uma recomendação para o tempo que vai precisar para completar a lição, bem como uma descrição do material de apoio necessário.



Aqui estou eu outra vez... para recomendar que leia esta secção com atenção, pois irá ajudá-lo a preparar-se para o seu estudo e a não se esquecer de nada!

Geralmente, você vai precisar de mais ou menos meia hora para completar cada lição. Como vê, não é muito tempo!

No final de cada lição, vai encontrar alguns exercícios de auto-avaliação. Estes exercícios vão ajudá-lo a decidir se vai avançar para a lição seguinte ou se vai estudar a mesma lição com mais atenção. Quem faz o controle da aprendizagem é você mesmo.



Quando vir esta figura já sabe que lhe vamos pedir para fazer alguns **exercícios** - pegue no seu lápis e borracha e mãos à obra!

A **Chave de Correção** encontra-se logo de seguida, para lhe dar acesso fácil à correcção das questões.



Ao longo das lições, vai reparar que lhe vamos pedir que faça algumas **Actividades**. Estas actividades servem para praticar conceitos aprendidos.



Conceitos importantes, definições, conclusões, isto é, informações importantes no seu estudo e nas quais se vai basear a sua avaliação, são apresentadas desta forma, também com a ajuda da Sra. Madalena!

Conforme acontece na sala de aula, por vezes você vai precisar de **tomar nota** de dados importantes ou relacionados com a matéria apresentada. Esta figura chama-lhe atenção para essa necessidade.



E claro que é sempre bom fazer **revisões** da matéria aprendida em anos anteriores ou até em lições anteriores. É uma boa maneira de manter presentes certos conhecimentos.



O que é o CAA?

O CAA - Centro de Apoio e Aprendizagem foi criado especialmente para si, para o apoiar no seu estudo através do Ensino à Distância.



No **CAA** vai encontrar um Tutor que o poderá ajudar no seu estudo, a tirar dúvidas, a explicar conceitos que não esteja a perceber muito bem e a realizar o seu trabalho. O **CAA** está equipado com o mínimo de materiais de apoio necessários para completar o seu estudo. Visite o **CAA** sempre que tenha uma oportunidade. Lá poderá encontrar colegas de estudo que, como você, estão também a estudar à distância e com quem poderá trocar impressões. Esperamos que goste de visitar o **CAA**!



E com isto acabamos esta introdução. Esperamos que este Módulo 1 de Matemática seja interessante para si! Se achar o seu estudo aborrecido, não se deixe desmotivar: procure estudar com um colega ou visite o **CAA** e converse com o seu Tutor.

Bom estudo!

1

Números Reais

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- ☒ Rever os números racionais.
- ☒ Identificar números reais.
- ☒ Identificar números irracionais.
- ☒ Diferenciar os números reais dos irracionais.

Material necessário de apoio

- ☒ Módulo 1 da 8ª classe, régua, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

🕒 60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a 1ª lição do módulo 1 da Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento na 8ª classe.

Como pode notar este é o primeiro módulo de estudo da Matemática da 9ª classe. Fazemos votos que você redobre os esforços para o mais breve poder terminar o estudo deste módulo.

Neste módulo terá a oportunidade de estudar um novo conjunto dos números, o conjunto dos **Números Reais**. O sucesso no estudo deste conjunto passa por recordar, em primeiro lugar, os anteriores conjuntos numéricos

Com efeito recomendamos que faça uma revisão do Módulo 1 da 8ª classe. Entretanto, apresentamos-lhe já a seguir alguns aspectos fundamentais à aprendizagem.



FAZENDO REVISÕES...

No Módulo 1 da 8ª classe, dissemos que o conjunto dos **números racionais**, $\mathbb{Q}$ é constituído por todos os números inteiros e fraccionários. O conjunto $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ - conjunto dos números inteiros está contido no conjunto dos números racionais.

Primeiro vamos representar os números racionais na recta graduada. Então vamos deste modo fazer a revisão a partir de algumas actividades.

Alguns símbolos Matemáticos

$\mathbb{N}$ - Conjunto dos números naturais.

$\mathbb{Z}$ - Conjunto dos números inteiros (negativos, zero e positivos).

$\mathbb{Q}$ - Conjunto dos números racionais (inteiros e fraccionários).

$\in$ - Pertence.

Muito bem! Agora resolver as actividades que se seguem. de modo a consolidar os seus conhecimentos.



ACTIVIDADE

1. Marque com um $\checkmark$ a única afirmação verdadeira.

a) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$



b) $\mathbb{Z} \supset \mathbb{Q}$



c) $\mathbb{Z} \in \mathbb{Q}$



d) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{Q}$

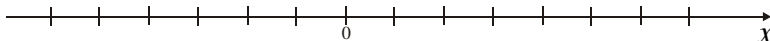


2. Assinale com um **V** as afirmações verdadeiras e com um **F** as afirmações falsas.

- | | V/F |
|------------------------------------|--------------------------|
| a) $-\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$ | ☐ |
| b) $\{0\} \subset \mathbb{Q}$ | ☐ |
| c) $\sqrt{9} \notin \mathbb{Z}$ | ☐ |
| d) $\mathbb{Z} \supset \mathbb{Q}$ | ☐ |

3. Marque na recta graduada os pontos que se seguem, com as respectivas letras:

- a) $A = -\sqrt{25}$; **B** = 1,5; **C** = 3,7; **D** = -2,5; **E** = 2,6; **F** = 4,25;
G = -3 e **H** = 5



4. Assinale com um **V** as afirmações verdadeiras e com um **F** as afirmações falsas.

- | | V/F |
|--|--------------------------|
| a) $C = 3,7$ é um número inteiro. | ☐ |
| b) $A = -\sqrt{25}$ é um número inteiro. | ☐ |
| c) $F = 1,3(25)$ é um número racional. | ☐ |
| d) $A =$ é um número racional. | ☐ |
| e) $B = 0$ é um número racional e inteiro. | ☐ |
| f) $D = 1,414$ não é número racional. | ☐ |

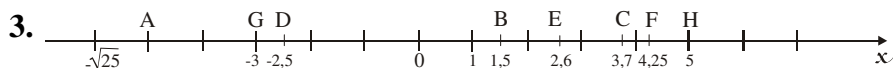
Caro aluno, depois de ter resolvido todas actividades compare as suas respostas com a Chave de Correção



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a)

2. a) V; b) V; c) F d) F



4. a) F; b) V; c) V; d) V; e) V; f) F

Caro aluno, depois de ter comparado as suas respostas com a chave de correcção



TOME NOTA...

Um número racional (conjunto $\mathbb{Q}$) é um número x tal que existem dois números inteiros relativos a e b ; onde $b \neq 0$, de tal modo que $bx = a$;

$$x = \frac{a}{b}.$$

Que pode resultar num número decimal finito ou infinito periódico.
Como nos casos:

a) $\frac{2}{4} = 0,5$; $\frac{253}{8} = 31,625$ - O resultado destes números é um número decimal finito, ou por outro tem uma **dízima finita**.

b) $\frac{2}{3} = 0,66(6)$; $\frac{6}{11} = 5454(54)$ - O resultado destes números é um número decimal infinito com período, ou por outra tem uma **dízima infinita periódica**.

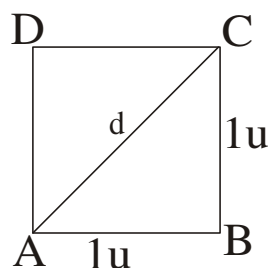


Os elementos deste conjunto são fracções. Ao conjunto dos números fraccionários chama-se conjunto dos **Números Racionais**, e simbolicamente representam-se por $\mathbb{Q}$.

Números Reais

Nota Histórica

Historicamente os **números reais** surgem, há 400 anos antes da nossa era, dada a dificuldade que se tinha de operar (trabalhar) com alguns números. Um caso típico é o problema célebre, sobre a determinação da medida da diagonal de um quadrado, onde se tinha números como por exemplo $\sqrt{2}$.



Observe que a figura é um quadrado de lado igual a uma unidade. Pretende-se determinar o comprimento da diagonal (d). Para isso recorrendo ao Teorema de Pitágoras, tem-se:

$$d^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow d^2 = 2 \Rightarrow d = \sqrt{2} = 1,41421356\dots$$

Como se pode ver o número que acabamos de determinar não tem as características do número racional, isto é, não é uma dízima infinita periódica. Assim sendo, números como este são considerados de números reais, daí que:



Todos os números na forma $\sqrt[n]{a}$, também são **números reais**.

Caro aluno, antes de avançarmos bastante, é necessário considerar, um outro problema ligado ao cálculo do perímetro de uma circunferência.

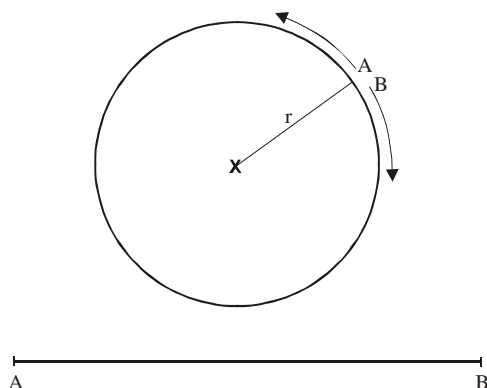
Haamm ... não se recorda da fórmula para o cálculo de perímetro da circunferência.

Ora bem o perímetro da circunferência é dada pela fórmula:

$$P_{\odot} = 2\pi r \text{ ou } P_{\odot} = \pi d \Rightarrow \pi = \frac{P_{\odot}}{d}$$

Onde antes teve que se determinar o valor do π .

E o valor do π é igual ao comprimento da circunferência sobre o seu diâmetro.



Fazendo as medições e os respectivos cálculos encontrou-se um resultado que também é um número irracional, mas que não é finito e nem infinito periódico;

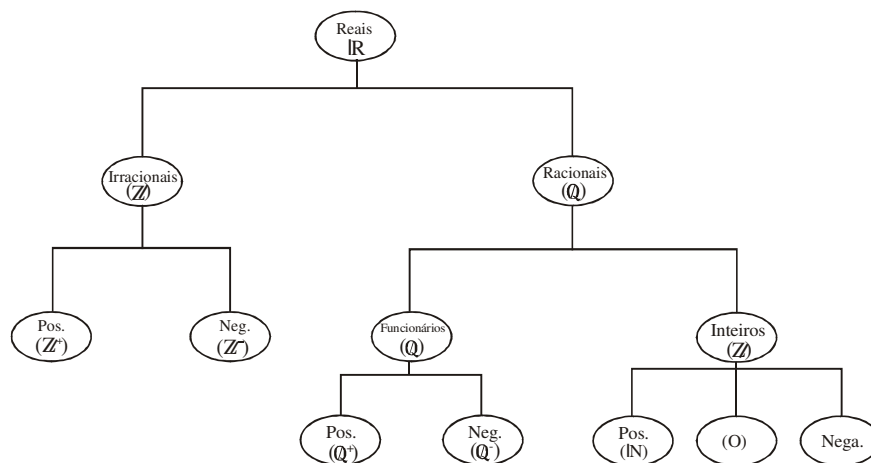
E todos os decimais seguintes não são repetitivos (mesmo calculando incansavelmente).

Mas sim um número na forma **decimal, infinito não periódico**; curiosamente o único número com esta classificação, e é também **um número real**.

Muitas vezes o valor do π , dada a sua importância na sociedade actual é arredondado para quatro decimais ou quatro casas decimais, que corresponde a 3,1416.

Tal como aconteceu com o conjunto $\mathbb{Q}$ que é formado por números inteiros e fraccionários o novo conjunto, para além de incluir os números racionais também inclui os irracionais. Ou seja o conjunto dos números **reais** é uma associação dos números **racionais e dos irracionais**.

Vamos considerar o esquema que se segue que traduz as relações entre os mais importantes subconjuntos do conjunto dos números **reais**.

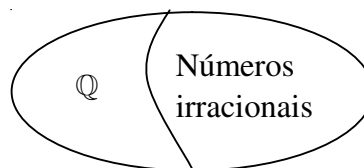


Número real é qualquer número racional ou irracional. Ao conjunto formado pelos números racionais e irracionais chama-se conjunto dos **números reais** e representa-se, simbolicamente por $\mathbb{R}$.

Esta difinição pode também resumir-se no seguinte esquema:

Números reais $\left\{ \begin{array}{l} \text{racionais} \left\{ \begin{array}{l} \text{inteiros} \\ \text{fraccionários} \end{array} \right. \\ \text{irracionais} \end{array} \right.$

O que também se traduz:



$$\text{ou } \mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \{\text{números irracionais}\}$$

Marcando um ponto de origem sobre um segmento de recta e uma unidade de comprimento x , é possível estabelecer uma correspondência bionívoca entre o conjunto dos números reais e o conjunto dos pontos do segmento de recta. Daí que se fale da recta real.

Também quando estivermos perante a situação da medição, estamos a tratar de números reais. Porque medir é determinar uma quantidade comparando-a com uma grandeza que se tomou como unidade padrão. Por exemplo:

Seja o segmento de recta:



Podemos afirmar que: $\overline{AB} = 5\overline{CD}$ e por outro lado $\overline{AB} = \frac{5}{3}\overline{AE}$.

Como se pode ver os resultados (coeficientes – números) são números reais.



EXERCÍCIOS

1. Assinale com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas:

- | | |
|---------------------------------------|--|
| a) $-\sqrt{16}$ é um número inteiro. | V/F
☐ |
| b) $-\sqrt{15}$ é um número inteiro. | ☐ |
| c) 2,5 é um número inteiro. | ☐ |
| d) 2,5 é um número racional. | ☐ |
| e) $\sqrt{3}$ é um número irracional. | ☐ |

2. Dados os números e a tabela que seguem, preenche cada subconjunto com os respectivos números:

a) 3,5; b) $-\sqrt{3}$; c) 1,414; d) $-\sqrt{36}$; e) 2, (3); f) $\frac{\pi}{2}$; g) 0; h) 1,3(25)

Inteiros	Racionais	Irracionais

3. Assinale com um $\checkmark$ apenas as afirmações verdadeiras.

a) $4,55 \subset \mathbb{R}$

b) $4,55 \supset \mathbb{R}$

c) $-\frac{6}{5} \notin \mathbb{R}_0^+$

d) $-\frac{6}{5} \in \mathbb{R}_0^+$

e) $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$

f) $\mathbb{N} \supset \mathbb{R}$

☒

☐

☐

☐

☐

☐

☐



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; b) F; c) F; d) V; e) V

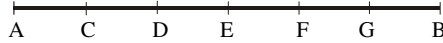
2. A tabela ficará preenchida como se segue:

Inteiros	Racionais	Irracionais
g) 0 d) $-\sqrt{36}$	a) 3,5 c) 1,414 d) $-\sqrt{36}$ g) 0 h) 1,3(25) e) 2, (3)	b) $-\sqrt{3}$ f) $\frac{\pi}{2}$

3. a); c); e)

Exemplo

Dada a figura que se segue. Compare o segmento $\overline{AB}$ em relação ao segmento $\overline{CD}$.



Como resposta, podemos ver que $\overline{AB}$ é seis vezes $\overline{CD}$ ou $\overline{CD}$ cabe seis vezes em $\overline{AB}$.

E se perguntássemos o que é $\overline{CD}$ em relação a $\overline{AB}$?

Neste caso temos que olhar no sentido inverso, assim $\overline{CD}$ é $\frac{1}{6}$ de $\overline{AB}$.



Caro aluno, saiba mais uma vez que: Medir um comprimento é compará-lo com um outro que se tem como unidade padrão.

Agora resolve a seguinte actividade.



ACTIVIDADE

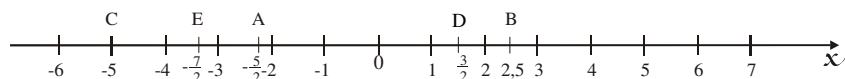
1. Representa na recta graduada os pontos com as seguintes abcissas.

$$A \rightarrow 2; B \rightarrow \frac{1}{2}; C \rightarrow -2,5; D \rightarrow \sqrt{9}; E \rightarrow -\frac{3}{2};$$

$$F \rightarrow 3,5; G \rightarrow -3; H \rightarrow -\sqrt{4}; I \rightarrow \pi.$$

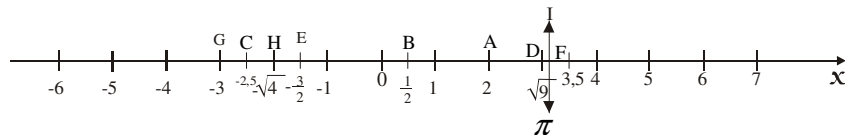
2. Indica na recta graduada os números que tem como abcissas:

a) A; b) B; c) C; d) D; e) E



CHAVE DE CORRECÇÃO

1.



2.

$$\text{a) } A = -\frac{5}{2} \quad \text{b) } B = 2,5 \quad \text{c) } C = -5 \quad \text{d) } D = \frac{3}{2} \quad \text{e) } E = -\frac{7}{2}$$

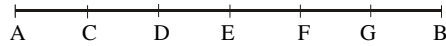


Caro aluno, depois de ter comparado as suas resposta com a Chave de Corricção. E com forma de interiorizar os seus conhecimentos resolve os exercícios.



EXERCÍCIOS

1. Dado o segmento. Completa as igualdades.



- a) $\overline{AB} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{CD}$
 b) $\overline{DB} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{AB}$
 c) $\overline{AB} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{AE}$
 d) $\overline{CD} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{AB}$
 e) $\overline{DF} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{AB}$
2. Traça um segmento de 10 cm e divide-o em 10 partes iguais e indique cada ponto por letras alfabéticas de A até B, as restantes divisões de C a L.
- a) Indique a quinta parte do segmento $\overline{AB}$.
 b) Indica a metade do segmento .
3. Usando o segmento da pergunta anterior, assinale com um ✓ as afirmações verdadeiras.

a) $\overline{AB} = 5\overline{GI}$



b) $\overline{AB} = 2\overline{GI}$



c) $\frac{1}{4}\overline{AF} = \overline{AC}$



d) $\frac{1}{2}\overline{AF} = \overline{AB}$



e) $\frac{1}{2}\overline{AB} = \overline{AG}$



f) $\overline{AB} = \frac{1}{3}\overline{IB}$





CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $\overline{AB} = 6\overline{CD}$

b) $\overline{DB} = \frac{2}{3}\overline{AB}$

c) $\overline{AB} = 2\overline{AE}$

d) $\overline{CD} = \frac{1}{6}\overline{AB}$

e) $\overline{DF} = \frac{1}{3}\overline{AB}$

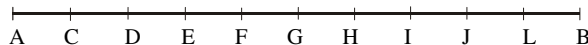
2.

a) A quinta parte do segmento $\overline{AB}$:

Deve ser um segmento equivalente ao segmento $\overline{AD}$. Por isso são vários segmentos.

Por exemplo pode ser: $\overline{CE}, \overline{EG}, \dots$

b) O segmento metade de $\overline{AB}$ é $\overline{AG}$. Contudo são válidos outros equivalentes.



3. As afirmações verdadeiras são:

a) $\overline{AB} = 5\overline{GI}$

c) $\frac{1}{4}\overline{AF} = \overline{AC}$

e) $\frac{1}{2}\overline{AB} = \overline{AG}$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns! Se não conseguiu acertar todos exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolva novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo-se da actividade sexual.

2

Representação de Números Reais na Recta Graduada

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- ☒ Representar números reais na recta graduada.
- ☒ Ordenar os números reais.

Material necessário de apoio

- ☒ Régua, compasso, lápis e borracha.
- ☒ Módulo 1 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

🕒 60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a 2ª lição do módulo 1 da Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento na lição anterior.

Como pode notar este é o primeiro módulo de estudo da Matemática na 9ª classe. Fazemos votos que você redobre esforços para que o mais breve possível possa terminar o estudo desta lição.

Nesta lição terá a oportunidade de representar na recta graduada e ordenar os números reais; devendo primeiro rever os conceitos dos números racionais e irracionais.



FAZENDO REVISÕES...

Vamos começar por fazer uma breve revisão sobre os conteúdos da lição anterior.

Nesta lição vai aprender como se faz a representação da raiz quadrada de um número, na recta graduada.

Certamente que se lembra de **números racionais**, se não, consulte o módulo 1 de matemática, 8ª classe; A compreensão desta matéria, números reais, depende do domínio dos conteúdos sobre os números racionais. Assim, siga atentamente o exemplo que lhe sugerimos e depois resolve a actividade que lhe propomos.

Exemplo 1

1. Dado o conjunto numérico coloque os seus elementos por ordem crescente.

$$A = \left\{ \frac{7}{2}, 0, -\frac{2}{3}, \frac{10}{3}, -\frac{3}{2}, \pi, -\sqrt{2} \right\}$$

Resolução

Para perceber a resolução, sugerimos que transforme estes números em números decimais. Assim fica:

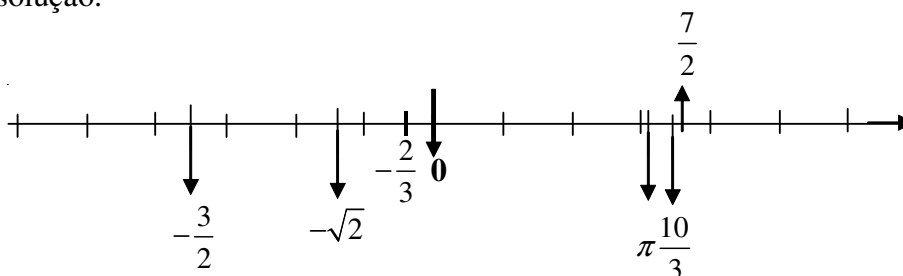
$$A = \left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{2} = 3,5 \\ 0 = 0 \\ -\frac{2}{3} = -0,67 \\ \frac{10}{3} = 3,(3) \\ -\frac{3}{2} = -1,5 \\ \pi = 3,14 \\ -\sqrt{2} = -1,41 \end{array} \right\}$$

Finalmente, vamos dispôr o conjunto A em ordem crescente dos seus elementos, isto é, do menor ao maior.

Temos como solução:

$$A = \left\{ -\frac{3}{2}; -\sqrt{2}; -\frac{2}{3}; 0; \pi; \frac{10}{3}; \frac{7}{2} \right\}$$

Por outro lado pode-se resolver o mesmo problema usando a recta graduada. E marcam-se os pontos do conjunto dado e obtem-se a mesma solução.



Caro aluno, como forma de interiorizar os seus conhecimentos realiza a actividade que se segue.



ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ a alternativa correcta em relação à ordem crescente dos elementos do conjunto B.

$$B = \left\{ \sqrt{2}; -1,4; 1,5; -\sqrt{2}; -1,5; -2; \sqrt{3}; \frac{4}{3}; 1 \right\}$$

a) $\left\{ \sqrt{2}; -1,4; 1,5; -\sqrt{2}; -1,5; -2; \sqrt{3}; \frac{4}{3}; 1 \right\}$



b) $\left\{ -2; -1,5; -\sqrt{2}; -1,4; 1; \frac{4}{3}; \sqrt{2}; 1,5; \sqrt{3} \right\}$



c) $\left\{ \sqrt{3}; -1,5; -\sqrt{2}; -1,4; 1; \frac{4}{3}; \sqrt{2}; 1,5; -2 \right\}$



d) $\left\{ \frac{4}{3}; -1,5; -\sqrt{2}; -1,4; \sqrt{3}; 1; \sqrt{2}; 1,5; -2 \right\}$



2. Marque com um ✓ a alternativa correcta em relação á ordem decrescente dos elementos do conjunto M.

$$M = \left\{ \frac{8}{3}; -2,7; 1,5; \sqrt{7}; -3; 2; -\sqrt{7}; \sqrt{3}; -\frac{11}{4} \right\}$$

a) $\left\{ \frac{8}{3}; -2,7; 1,5; \sqrt{7}; -3; 2; -\sqrt{7}; \sqrt{3}; -\frac{11}{4} \right\}$



b) $\left\{ \frac{8}{3}; \sqrt{7}; 2; \sqrt{3}; 1,5; -\sqrt{7}; -2,7; -\frac{11}{4}; -3; \right\}$



c) $\left\{ -2,7; \sqrt{7}; 2; \sqrt{3}; 1,5; -\sqrt{7}; \frac{8}{3}; -\frac{11}{4}; -3 \right\}$



d) $\left\{ \sqrt{7}; 2; \sqrt{3}; -2,7; -\sqrt{7}; \frac{8}{3}; -\frac{11}{4}; -3; 1,5 \right\}$



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b)

2. b)

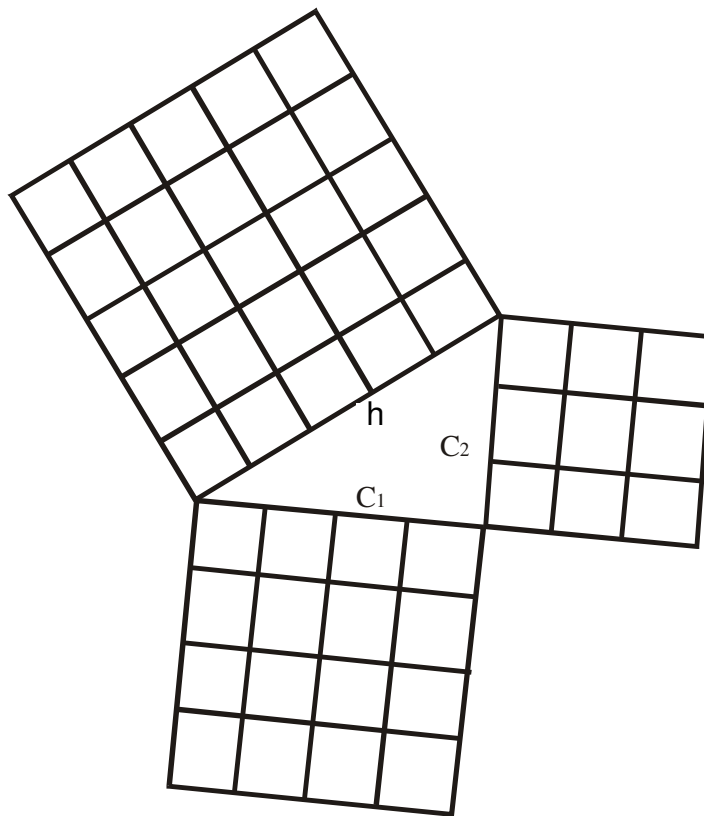
Por outro lado vamo-nos recordar do Teorema de Pitágoras, conteúdo que foi estudado no Módulo 6 da 8ª classe.



FAZENDO REVISÕES...

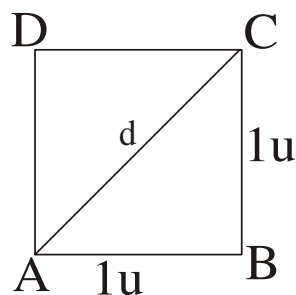
O enunciado do teorema de Pitágoras é:

Num triângulo rectângulo a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.



O que se traduz simbolicamente em: $c_1^2 + c_2^2 = h^2$.

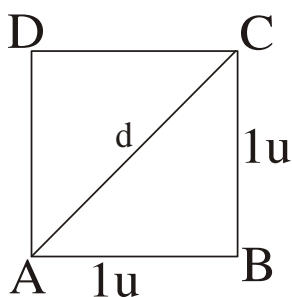
Partiremos do problema apresentado na nota histórica da primeira lição.
Qual é a medida da diagonal de um quadrado com uma unidade de lado.



$$\begin{aligned}
 c_1^2 + c_2^2 &= h^2 && \Leftrightarrow (1)^2 + (1)^2 = h^2 \\
 &&& \Leftrightarrow 1 + 1 = h^2 \\
 &&& \Leftrightarrow 2 = h^2 \\
 &&& \Leftrightarrow h = \sqrt{2} \\
 &&& \Leftrightarrow h = 1,41421356...
 \end{aligned}$$

Assim por exemplo para representar $\sqrt{2}$ na recta graduada, temos que pensar num triângulo rectângulo, que tem de catetos a medida de **uma unidade** e sendo assim a hipotenusa será ; como consequência do Teorema de Pitágoras.

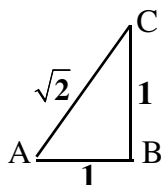
Esboçando o quadrado obtemos:



(1) Segundo a fórmula do teorema de pitágoras teremos: $ \begin{aligned} c_1^2 + c_2^2 &= h^2 \\ (1)^2 + (1)^2 &= h^2 \\ 1 + 1 &= h^2 \\ 2 &= h^2 \end{aligned} $	(2) De acordo com a figura a fórmula de pitágoras fica: $ \begin{aligned} AB ^2 + BC ^2 &= AC ^2 \\ 1u ^2 + 1u ^2 &= AC ^2 \\ 1u^2 + 1u^2 &= AC ^2 \\ 2u^2 &= AC ^2 \\ AC &= \sqrt{2u^2} \\ AC &= u\sqrt{2} \end{aligned} $
--	--

Simplificando a unidade (**u**) a partir da demonstração (**1**), ficaríamos com a apresentação da mesma demonstração como em (**1**).

Assim fizemos a resolução até chegarmos, à solução que corresponde ao esboço.



FAZENDO REVISÕES...

A distância é expressa por um valor positivo porque ela é uma grandeza modular, daí que quando calculamos a distância entre dois pontos com sinais negativos é sempre positiva; seguindo a fórmula apresenta em **2**.



Caro aluno, agora acompanhe o exemplo a seguir.

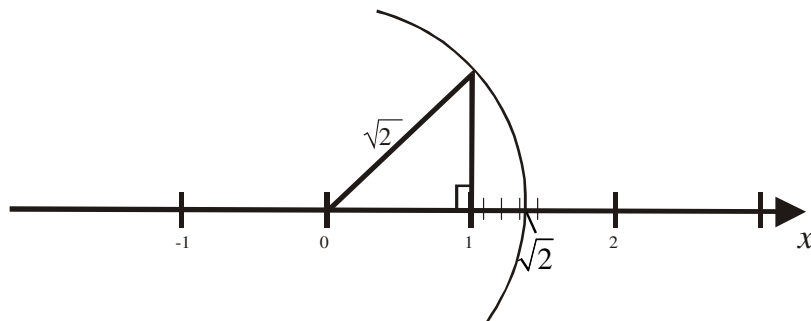
Exemplo 2

Como representar $\sqrt{2}$ na recta graduada?

Primeiro graduamos a recta em centímetros (**cm**) e milímetros (**mm**); isto para facilitar a leitura da resposta. Visto que a $\sqrt{2}$ é uma dízima infinita não periódica um número (**irracional**) e sugerimos um triângulo rectângulo que têm de cateto uma unidade, no lado positivo da recta e ângulo recto, no ponto da abscissa **1**, onde temos o outro cateto.

Traçar a hipotenusa, com ajuda do compasso, e com a ponta seca do compasso na origem zero (**0**) e com abertura até ao outro vértice do triângulo e do lado da hipotenusa, depois traça-se um arco a cortar o eixo das abcissas (ver a figura a seguir), e a resposta, lê-se no lado direito do eixo das abcissas.

Segue as instruções e os passos das ilustrações.



Como se pode notar a $\sqrt{2} \approx 1,4$; Onde o arco corta o eixo das abcissas marcamos e lemos o valor pretendido.

Caro aluno, agora acompanhe o 3º exemplo, que lhe apresentamos, para traçar a $\sqrt{8}$.



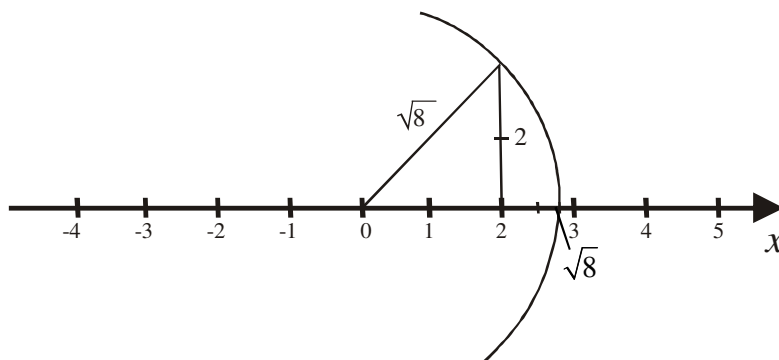
TOME NOTA...

A **recta graduada** tem vários nomes, como também pode se chamar **eixo das abcissas**, **eixo orientado** assim como **eixo real** para o caso em que falamos de números reais.

Exemplo 3

como representar na recta graduada $\sqrt{8}$?

Da mesma forma como o exemplo 2, temos que pensar no teorema de pitágoras. Como escrever 8, na forma $h^2 = C_1^2 + C_2^2$, sendo assim; $\sqrt{8}$ pode ser escrito como $h^2 = 2^2 + 2^2$, que é o mesmo que $h^2 = 4 + 4 \Leftrightarrow h^2 = 8 \Leftrightarrow h = \sqrt{8}$. Assim temos que pensar num triângulo rectângulo cujo cateto mede 2, daí que a incógnita satisfaz o Teorema de Pitágoras, de modo a descobrir a medida da hipotenusa geometricamente.



Para determinar a $\sqrt{8}$ que é $\sqrt{8} \approx 2,8$; seguimos os passos do exemplo anterior traçando no eixo das abcissas um arco com ajuda do compasso, com 2 unidades de abertura, e lê-se a resposta no eixo das bcissas.

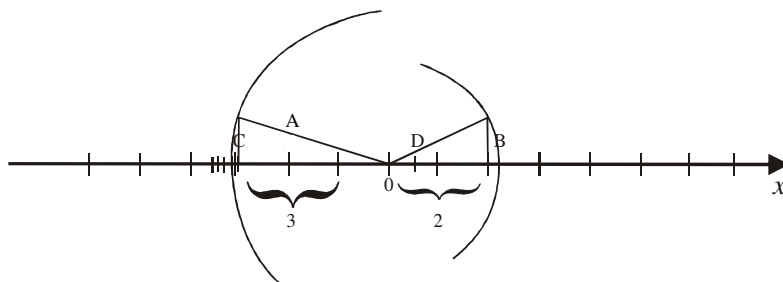


Que tal? Foi tudo tão simples que você entendeu muito bem! Se não, releia o texto refaça as actividades e verá!
Para melhor compreensão e consolidação dos seus conhecimentos sugerimos-lhe que resolva a actividade que se segue.



ACTIVIDADE

1. Identifique as abcissas indicadas pelas letras na recta graduada:



2. Represente no eixo real as seguintes abcissas:

- a) $\sqrt{6}$
- b) $\sqrt{11}$
- c) $\sqrt{17}$



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. $D = B = \sqrt{5}$ - Porque: $h^2 = c_1^2 + c_2^2 \Rightarrow h^2 = 2^2 + 1^2$

$$\Rightarrow h^2 = 4 + 1$$

$$h = \sqrt{5}$$

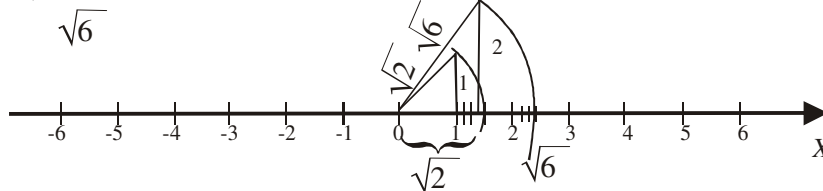
$A = C = -$ - Porque: $h^2 = c_1^2 + c_2^2 \Rightarrow h^2 = 3^2 + 1^2$

$$\Rightarrow h^2 = 9 + 1$$

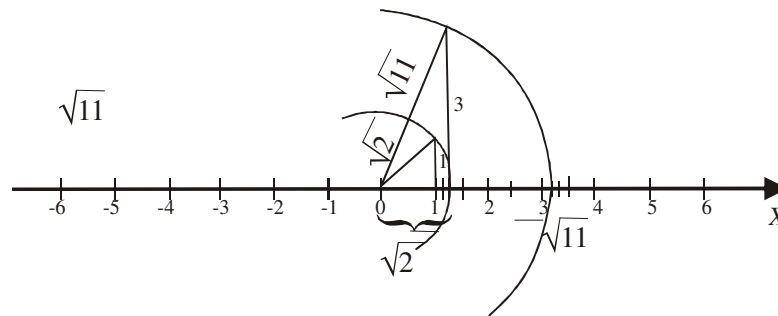
$$h = \sqrt{10}$$

2.

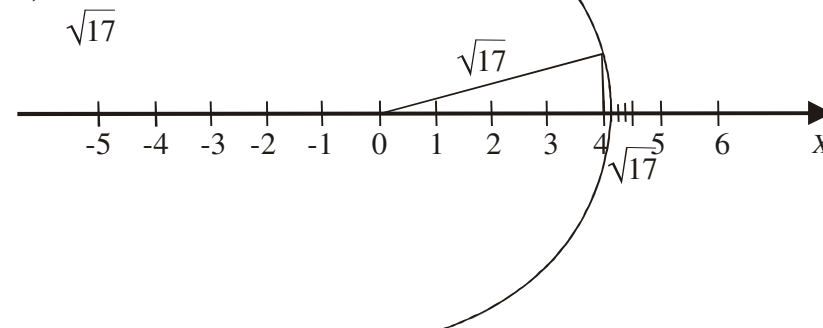
a)



b)



c)



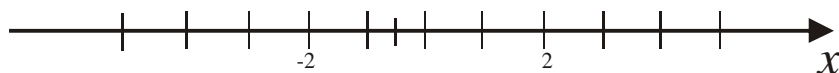


EXERCÍCIOS

1. Assinale com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** para as afirmações falsas.

	V/F
a) $\mathbb{R}^+ \cap \mathbb{R}^- = \{\emptyset\}$	☐
b) $\mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^- = \mathbb{R}$	☐
c) $\mathbb{Q} \subset \{x : x, \text{ irracional}\}$	☐
d) $\mathbb{R}_0^+ \cap \mathbb{R}^- = \mathbb{R}$	☐

2. Complete a indicação das abcissas dos pontos que se seguem:



$$A \rightarrow -0,5 \quad B \rightarrow \frac{11}{4} \quad C \rightarrow 1 + \sqrt{2} \quad D \rightarrow -\sqrt{3}$$

$$F \rightarrow 0,(3)$$

3. Assinale com um $\checkmark$ o ordenamento crescente correcto, dos elementos dos conjuntos A, B e C.

A: $\left\{\frac{7}{2}; 0; -\frac{2}{3}; \frac{10}{3}; -\frac{3}{2}; \pi; -\sqrt{2}\right\}$	☒
B: $\left\{-\frac{3}{2}; -\sqrt{2} - \frac{2}{3}; 0; \pi; \frac{10}{3}; \frac{7}{2}\right\}$	☐
C: $\left\{0; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{2}; -\sqrt{2}; \frac{10}{3}; \pi; \frac{7}{2}\right\}$	☐

4. Represente na mesma recta real, as abcissas dos pontos A, B e C.

a) $A \rightarrow \sqrt{3}$

b) $B \rightarrow 2\sqrt{5}$

c) $C \rightarrow -\frac{4}{5}$

5. Coloca em ordem crescente, os elementos dos conjuntos:

$$A = \left\{ \sqrt{2}; -1,4; 1,5; -\sqrt{2}; -1,5; -2; \sqrt{3}; -\frac{11}{4} \right\}$$

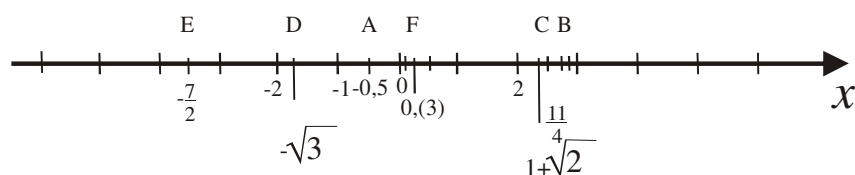
$$B = \left\{ \frac{8}{3}; -2,7; 1,5; \sqrt{7}; -3; 2; -\sqrt{7}; \sqrt{3}; -\frac{11}{4} \right\}$$



CHAVE DE CORRECÇÃO

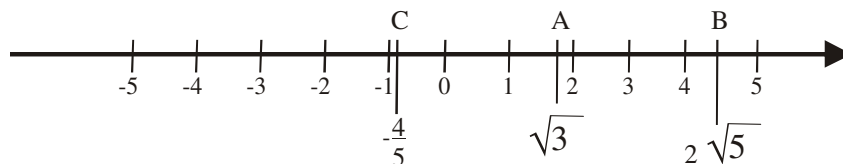
1. a) V; b) F; c) V; d) V

2.



3. $B: \left\{ -\frac{3}{2}; -\sqrt{2} - \frac{2}{3}; 0; \pi; \frac{10}{3}; \frac{7}{2} \right\}$

4.



5. $A = \left\{ -2; -1,5; -\sqrt{2}; -1,4; 1; \frac{4}{3}; \sqrt{2}; 1,5; \sqrt{3} \right\}$

$$B = \left\{ \frac{8}{3}; \sqrt{7}; 2; \sqrt{3}; 1,5; -\sqrt{7}; 2,7; -\frac{11}{4}; -3 \right\}$$



Caro aluno, acabou de resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!
Se teve dificuldades volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolva novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- Ambos querem ter relações sexuais?
- Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

AS dts

O que são as DTS?

As DTS são **Doenças de Transmissão Sexual**. Ou seja, as **DTS** são doenças que se **transmitem pelo contacto sexual**, vulgarmente dito: fazer amor. Antigamente, estas doenças eram chamadas de doenças venéreas, pois “Vénus” era o nome de uma deusa grega que era conhecida como a “deusa do amor”.

Quando suspeitar de uma DTS?

Nas meninas e mulheres

- Líquidos vaginais brancos e mal cheirosos;
- Comichão ou queimaduras na vulva, vagina ou no ânus;
- Ardor ao urinar;
- Feridas nos órgãos sexuais.

Nos rapazes e nos homens

- Um corrimento de pus (sujeidade) a sair do pénis;
- Feridas no pénis e nos outros órgãos genitais;
- Ardor ao urinar.

3

Intervalos Reais, Definição e Tipos de Intervalos

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- ☒ Identificar intervalos numéricos.
- ☒ Diferenciar intervalos dum conjunto representado por chavetas.
- ☒ Ler e representar intervalos no eixo das abcissas.

Material necessário de apoio

- ☒ Régua, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

🕒 60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo à 3^a lição do módulo de Matemática da 9^a classe! Esperamos que na lição finda, tenha tido bom desempenho.

Neste lição vamos tratar intervalos numéricos, e da sua representação através da recta real.

Fazemos votos que aplique-se mais. Assim vai terminar o estudo da sua lição o mais depressa possível. Mão à obra!

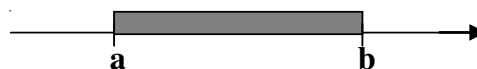
Intervalos de Números reais

De certeza que se lembra durante o período que esteve a estudar no ensino básico, o tempo de descanso entre duas aulas chama-se **intervalo**.

Tal como o nome diz, **intervalo** numérico indica o espaço ou distância entre dois pontos distintos. Isto quer dizer que qualquer espaço dilimitado de tempo ou de comprimento é **intervalo**.



Intervalos de números reais é a parte convexa de uma recta, formado por um conjunto das abcissas (pontos no eixo das abcissas).
Por exemplo: Seja um número **a** e outro **b**, é um intervalo, que define outros números, porque de **a** até **b**, existe uma infinidade de números. Segundo ilustra a figura.



Deste modo:

Sejam **a** e **b** dois números reais tais que $a < b$, chamamos intervalo de números reais a qualquer dos subconjuntos de $\mathbb{R}$; indicado nos exemplos que se segue:

E representa-se:

1. Por intervalo:

Escreve-se: $x \in]a; b[$ e lê-se x pertence ao intervalo aberto de abcissa **a** até a abcissa **b**, aberto, isto é os extremos **a** e **b** são excluídos no subconjunto dos números reais.



TOME NOTA...

Parêntesis rectos abertos $]...[$, significa que **não** se incluem os extremos **a**, **b**. Isto é, que **não** inclui os extremos.

2. Por chavetas:

Escreve-se: $\{x \in \mathbb{R} : x > a \wedge x < b\}$

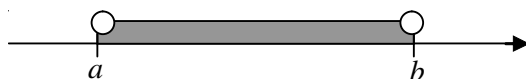
e lê-se: x pertence a $\mathbb{R}$, tal que x é maior que a e x menor que b .

ou

Escreve-se: $\{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$

e lê-se: x pertence a , tal que x está entre a e b ; ou ainda: x pertence a , tal que x é maior que a e x menor que b .

3. No eixo real, e representa-se da seguinte forma:



Onde, o intervalo, começa da abcissa a até a abcissa b , sendo os extremos a e b , excluídos do subconjunto dos números reais.

A seguir vamos analisar alguns exemplos:

Exemplo 1

Seja o subconjunto dos números reais formado por todos os números que estão **entre** -2 e 3.

i) Representar na forma de intervalos.

A representação deste subconjunto, através de intervalos será:

$$x \in]-2; 3[$$

Recorde-se caro aluno, que intervalos rectos abertos, significa que **não** se inclui o -2 e 3. Assim: $-2 \notin]-2, 3[\wedge 3 \notin]-2, 3[$

ii) Representar o mesmo subconjunto, através de chavetas.

Para representar este subconjunto, através de chavetas será:

$\{x \in \mathbb{R} : x > -2 \wedge x < 3\}$ e lê-se: x pertence a $\mathbb{R}$ ou x de , tal que x maior que -2 e x menor que 3.

ou

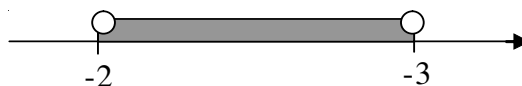
$\{x \in \mathbb{R} : -2 < x < 3\}$ e lê-se: x pertence a $\mathbb{R}$, tal que x maior que -2 e x menor que 3 .



TOME NOTA...

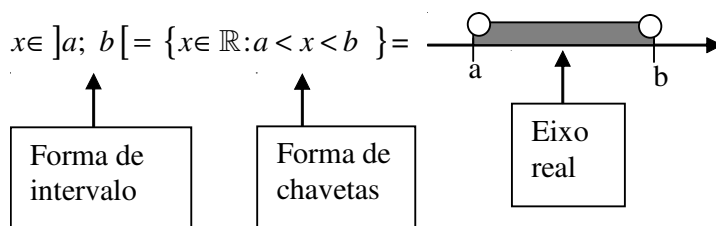
Quando se tem os sinais $>$ e $<$, de igual modo significa que **não** se incluem os números dos extremos.

iii) E finalmente a sua representação do subconjunto sugerido no eixo real é:



Repare que as bolas nos extremos **não** estão pintadas, porque os intervalos estão abertos, tal como vimos nas representações anteriores. Deste modo este tipo de intervalo chama-se **intervalo limitado aberto** (aberto à esquerda e à direita).

GENERALIZANDO



Exemplo 2

Seja o subconjunto dos números reais formado por todos os números que vão de $\frac{1}{2}$ a 4 .

i) Representar na forma de intervalos.

Para representar este conjunto, através de intervalos teremos, a representação deste conjunto:

$$x \in \left[\frac{1}{2}; 4 \right]$$



Intervalos fechados, significa que se **incluem os extremos** $\frac{1}{2}$ e 4. Colocou-se, intervalos fechados, sobre os extremos, porque se trata de “**números que vão de $\frac{1}{2}$ a 4**, incluindo os extremos.

ii) Representar o mesmo subconjunto, através de chavetas.

A representação deste subconjunto, através de chavetas será:

$\{x \in \mathbb{R}: x \geq \frac{1}{2} \wedge x \leq 4\}$ e lê-se: **x** de $\mathbb{R}$, tal que **x** maior ou igual $\frac{1}{2}$ e **x** menor ou igual a 4.

ou ainda

$\{x \in \mathbb{R}: \frac{1}{2} \leq x \leq 4\}$ E lê-se: **x** de $\mathbb{R}$, tal que **x** maior ou igual a $\frac{1}{2}$ e **x** menor ou igual a 4.

Os sinais $\geq$ e $\leq$, significam que se **incluem** os extremos.

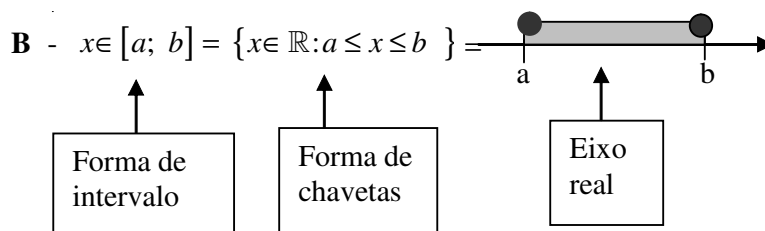
iii) Representação do mesmo conjunto no eixo real:





Repare que as bolas nos extremos estão pintadas. Assim, porque **incluem-se** os extremos. Este tipo de intervalo chama-se **intervalo limitado fechado** (fechado à esquerda e à direita).

GENERALIZANDO



Intervalo fechado à esquerda e a direita



As bolas nos extremos estão **pintadas**, porque se **incluem** os extremos. Este tipo de intervalo chama-se **intervalo limitado fechado**. Este tipo de intervalo caracteriza-se pelos sinais $\leq$ ou $\geq$, e sempre que aparecer este sinal, significa que esse intervalo é **limitado e fechado**.



TOME NOTA...

Na forma de desigualdade este tipo de intervalo representa-se por $\dots \leq \dots \geq \dots$

Exemplo 3

Consideremos em $\mathbb{R}$, o intervalo: $\left[-\frac{5}{2}; 2\right]$

Este subconjunto já definido na forma de intervalo.

i) Representar o subconjunto, através de chavetas.

Para representar este subconjunto, através de chavetas será:

$\{x \in \mathbb{R} : -\frac{5}{2} \leq x < 2\}$ e lê-se: x de $\mathbb{R}$, tal que x maior ou igual a $-\frac{5}{2}$ e x menor que 2.

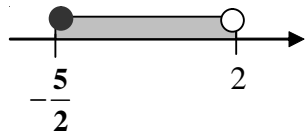
ou

$\{x \in \mathbb{R} : x \geq -\frac{5}{2} \wedge x < 2\}$ e lê-se: x de $\mathbb{R}$, tal que x maior ou igual $-\frac{5}{2}$ e x menor que 2.



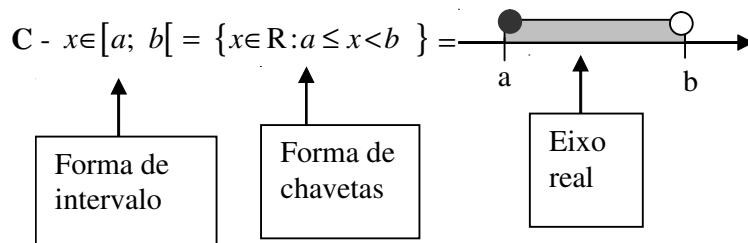
Quando se tem os sinais $\geq$ e $<$ e ou vice-versa $<$ e $\geq$, significa que um dos extremos é fechado e outro aberto, este tipo de intervalo chama-se **intervalo semi-aberto limitado** ou **intervalo semi-fechado limitado (fechado apenas à direita ou à esquerda)**.

iii) Representando no eixo real o mesmo subconjunto, teremos:



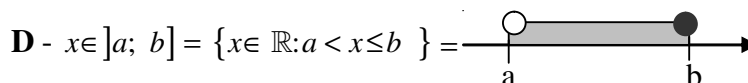
É importante saber que as bolas num dos extremos está pintada, porque **inclui** o extremo, e noutro extremo não está pintada. Este tipo de intervalo chama-se **intervalo semi-aberto, fechado apenas à esquerda**.

GENERALIZANDO



O intervalo semi-aberto limitado - a bola à esquerda está pintada e a da direita em branco.

A seguir apresenta-se um intervalo semi-aberto, fechado apenas à direita.



Intervalo semi-aberto, fechado apenas à direita - a bola à esquerda está em branco e à direita está pintada.



TOME NOTA...

$[a; b[$ - fechado à direita; $]a; b]$ - fechado à esquerda.



Que tal? Entendeu bem a explicação sobre intervalos de números em $\mathbb{R}$? Se teve dificuldades em entender quando é que um intervalo está aberto ou fechado. Agora sugerimos-lhe que resolva a actividade que segue.

1. Assinale com um ✓ o intervalo fechado.

a) $x \in]0; 5[$



b) $x \in \left]-\frac{1}{2}; 5\right[$



c) $x \in \left[1; \frac{7}{2}\right]$



d) $x \in \left[-3; \frac{3}{2}\right[$



2. Assinale com um ✓ o intervalo aberto.

a) $x \in]-2; 8]$



b) $x \in \left]-\frac{1}{2}; 5\right[$



c) $x \in \left[1; \frac{7}{2}\right]$



d) $x \in \left[-3; \frac{3}{2}\right[$



3. Assinale com um ✓ o intervalo fechado à direita.

a) $x \in]-2; 8]$



b) $x \in \left]-\frac{1}{2}; 5\right[$



c) $x \in \left[1; \frac{7}{2}\right]$



d) $x \in \left[-3; \frac{3}{2}\right[$



4. Assinale com um ✓ o intervalo fechado à esquerda.

- a) $x \in]-2; 8]$ ☒
- b) $x \in]-\frac{1}{2}; 5[$ ☐
- c) $x \in [1; \frac{7}{2}]$ ☐
- d) $x \in [-3; \frac{3}{2}[$ ☐

5. Represente através de chavetas e no eixo real o subconjunto dos números reais $x \in]2; 5[$.

6. Dado o subconjunto $\left\{x \in \mathbb{R} : -\frac{1}{2} \leq x < 2\right\}$ de $\mathbb{R}$, represente na forma de intervalos e eixo real.



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. c)

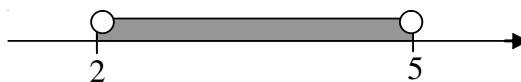
2. b)

3. a)

4. d)

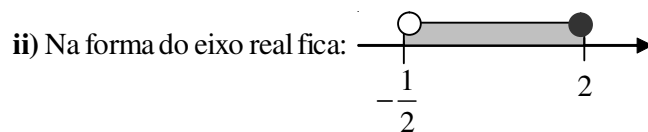
5. i) Assim teremos, na forma de chavetas: $\{x \in \mathbb{R} : 2 < x < 5\}$

ii) No eixo real:



Dada a questão representamos de imediato sob forma de intervalo, sem que seja necessário passar pelas outras duas formas (chavetas e no eixo real).

i) Na forma de intervalo fica: $x \in \left[-\frac{1}{2}; 2\right[$



EXERCÍCIOS

1. Complete com os símbolos $\in$; $\notin$; $\subset$ ou $\not\subset$ de modo a obter preposições verdadeiras.

a) $8 \dots \left[-\frac{1}{2}; 2\right[$; b) $\frac{6}{5} \dots \left[-\frac{1}{2}; 2\right[$

c) $\pi \dots [3,13; 2[$ d) $\left[-\sqrt{2}; -\frac{1}{2}\right[\dots \left[\sqrt{5}; 23\right[$

2. Representa na forma de intervalos, os subconjuntos dos números reais que se seguem:

a) $\left\{x \in \mathbb{R} : -\frac{1}{2} < x < -\frac{1}{3}\right\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} : x \geq -\sqrt{2} \text{ e } x < 3\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} : -3 \leq x < 0\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 3\}$

e) $\{x \in \mathbb{R} : -1 < x \leq 4\}$



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $8 \notin \left[-\frac{1}{2}; 2\right[;$ b) $\frac{6}{5} \in \left[-\frac{1}{2}; 2\right[$
- c) $\pi \in [3,13; 2[$ d) $\left[-\sqrt{2}; -\frac{1}{2}\right[\not\subset [\sqrt{5}; 23[$
2. a) $\left]-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right[$
- b) $[-\sqrt{2}, 3[$
- c) $[-3, 0[$
- d) $[-2, 3]$
- e) $] -1; 4[$



Caro aluno, de certeza resolveu todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar todos exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no CAA para orientar o seu estudo. Junta-se aos seus colegas e solicitem a orientação.

4

Representação de Intervalos Numéricos Limitados

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- ☒ Representar intervalos na recta real;
- ☒ Representar intervalos sob forma de condições;
- ☒ Representar sob forma de intervalos limitados;
- ☒ Classificar intervalos limitados.

Material necessário de apoio

- ☒ Régua, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

🕒 60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a lição 4 do módulo 1 da Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom sucesso na lição anterior.

Fazemos votos que você redobre os esforços para o mais breve poder terminar o seu estudo desta lição.

Nesta lição vai aprender a representação dos intervalos numéricos limitados na recta graduada (eixo real) e sob forma de condições.

Haamm ... sabe que os intervalos encontramos todos os dias na nossa vida por exemplo a temperatura de um dia varia entre a mínima desse dia e a sua máxima. Ou seja temos dois extremos inferior (mínima) e superior (máxima).

Caro aluno, vamos começar por fazer uma breve revisão, sobre a lição anterior resolvendo a actividade.



FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, vai ter que realizar a actividade que se segue, por forma a rever os conteúdos da lição anterior, onde aprendeu os intervalos numéricos em $\mathbb{R}$ e as três formas de representar.



ACTIVIDADE

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e com um **F** afirmações falsas.

a) $1 \in]-2; 10]$

b) $1 \notin]-2; 10]$

c) $1 \in [1; 4[$

d) $1 \notin [1; 4[$

e) $4 \notin [1; 4[$

V/F

☐
☐
☐
☐
☐


Caro aluno, depois de ter resolvido todas actividades compare as suas respostas com a chave de correcção.



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; b) F; c) V; d) F; e) V;



Caro aluno, não desanime! Continue sempre com aquela dedicação que teve desde o início. De seguida vai estudar os intervalos limitados.

Intervalos numéricos limitados

Caro aluno, está recordado a representação de intervalos que aprendeu na lição anterior. Nesta lição precisaremos de utilizar estes conceitos para definirmos **intervalos limitados**.

Exemplo 1

Seja, o intervalo $[-2;3]$ definido em $\mathbb{R}$.

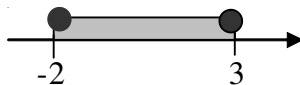
Vamos representá-lo na forma de chavetas. Presta atenção!

$\{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 3\}$ ou simplesmente $\{-2 \leq x \leq 3\}$ ou ainda

$\{x \in \mathbb{R} : x \geq -2 \wedge x \leq 3\}$.

As representações acima são equivalentes uma vez que elas referem-se ao mesmo intervalo.

Caso tenha dificuldades em chegar a forma de chavetas, pode primeiro representar no eixo real:



Como pode ter notado, caro aluno, neste exemplo trata-se de um **intervalo fechado limitado** (fechado à esquerda e à direita).

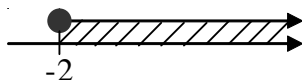


TOME NOTA...

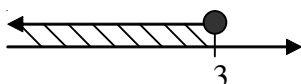
No caso da representação $\{x \in \mathbb{R} : x \geq -2 \wedge x \leq 3\}$, temos o sinal $\wedge$ que se chama conjunção e significa união (que se lê e).

Decompondo, teremos:

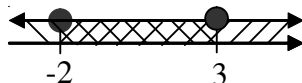
Para a condição: $x \in \mathbb{R} : x \geq -2$, teremos a representação gráfica.



E para a condição: $x \in \mathbb{R} : x \leq 3$, teremos a representação gráfica.



Combinando as duas representações, teremos um conjunto solução. Que resultará da união dos dois conjuntos (intercessão – elementos que pertence ao mesmo tempo a ambos conjuntos).



O conjunto solução será o intervalo $[-2; 3]$, que corresponde a intercessão dos dois conjuntos.

Exemplo 2

Qual será a condição que permite definir o subconjunto dos números

reais $\left] \frac{2}{3}; \sqrt{8} \right]$?

Presta atenção! Este caso é **intervalo semi-aberto limitado** (aberto à esquerda e fechado à direita).

A diferença entre o exemplo anterior com este, é por este ser **intervalo semi-aberto limitado** e o anterior ser **intervalo fechado limitado**.

Assim, é necessário que representemos na forma de chavetas.

$$\left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{2}{3} < x \leq \sqrt{8} \right\} \text{ ou somente } \left\{ \frac{2}{3} < x \leq \sqrt{8} \right\} \text{ ou ainda}$$

$$\left\{ x \in \mathbb{R} : x > \frac{2}{3} \wedge x \leq \sqrt{8} \right\}$$

Estas representações são equivalentes. Tal como dissemos no exemplo anteriormente sugerido. Em casos de uma dificuldade, poderá recorrer à representação deste intervalo no eixo real.



Neste intervalo trata-se de um intervalo **semi-aberto limitado** (aberto à esquerda e fechado à direita).



TOME NOTA...

Intervalo limitado é todo aquele que possui os dois extremos

definidos. Exemplo: $[-2; 9]$; $[-1; 0[$; $[-\pi; \sqrt{5}]$; $] -10; \sqrt{2}]$.

Classificação dos intervalos limitados

Os intervalos limitados podem se classificar em:

1. Intervalo aberto limitado - $]a, b[$;
2. Intervalo semi-aberto limitado - $[a, b[$ ou $]a, b]$;
3. intervalo fechado limitado - $[a, b]$.



Caro aluno, depois de ter estudado esta lição, de certeza que o seu esforço terá uma recompensa no fim do estudo deste módulo, faça valer o seu esforço resolvendo os exercícios que se seguem.



EXERCÍCIOS

1. Marque com um $\checkmark$ as afirmações correctas em relação à representação de intervalos numéricos através de chavetas.

a) $[-2; 3] = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 3\}$



b) $[-2; 3] = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \geq 3\}$



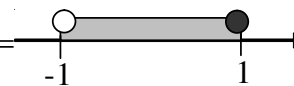
c) $[2; 2, 1] = \{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x \leq 2, 1\}$



d) $[2; 2, 1] = \{x \in \mathbb{R} : 2 \geq x \leq 2, 1\}$



2. Marque com um **V** a afirmação correcta e com um **F** a afirmação errada, em relação à representação de intervalos numéricos na recta real.

	V/F
a) $[0;1] =$ 	☐
b) $]0;1[=$ 	☐
c) $[-1;1] =$ 	☐
d) $] -1;1] =$ 	☐
e) $[2;4] =$ 	☐
f) $[2;4[=$ 	☐

3. Representa na forma de intervalos.

a) $\{x \in \mathbb{R} : 2 < x < 4\}$

b) $\left\{x \in \mathbb{R} : x \geq -\frac{1}{2} \wedge x < 4\right\}$

4. Marque com um ✓ a proposição correcta em relação à representação de intervalos numéricos por chavetas.

a) $\{x \in \mathbb{R} : x < -5 \wedge x < -2\} =]-\infty, -4[$

b) $\{x \in \mathbb{R} : x < -5 \wedge x < -2\} = [-\infty, -4]$

c) $\{x \in \mathbb{R} : x > -4 \wedge x < -3\} =]-3; -4[$

d) $\{x \in \mathbb{R} : x > -4 \wedge x < -3\} =]-3; -4]$



5. Represente sob forma de intervalos e no eixo real.

a) $\{x \in \mathbb{R} : 2 < x \leq 2,1\}$

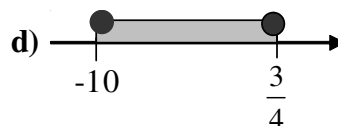
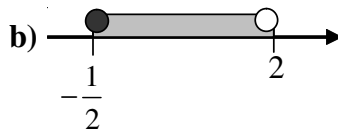
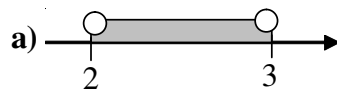
b) $\{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 1\}$

c) $\left\{x \in \mathbb{R} : -\frac{3}{2} \leq x < 4\right\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x \leq 1\}$



6. Dados os intervalos no eixo real, represente-os na forma de chavetas e na forma de intervalos.





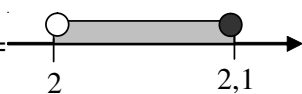
CHAVE DE CORRECÇÃO

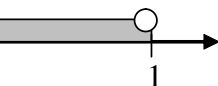
1. a); c)

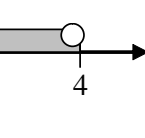
2. a) V; b) F; c) F; d) V; e) V; f) F.

3. a) $]2;4[$; b) $\left[-\frac{1}{2};4\right[$

4. c).

5. a) $]2;2,1] =$ 

b) $] -1;1[=$ 

c) $\left[-\frac{3}{2};4\right[=$ 

d) $[-1;1] =$ 

6. a) $\{x \in \mathbb{R} : x > 2 \wedge x < 3\} =]2;3[$

b) $\left\{x \in \mathbb{R} : -\frac{1}{2}x < 2\right\} = \left[-\frac{1}{2};+2\right[$

c) $\{x \in \mathbb{R} : -0,4 < x \leq 0,1\} =]-0,4;0,1]$

d) $\left\{x \in \mathbb{R} : x \geq -10 \wedge x \leq \frac{3}{4}\right\} =$



Você já resolveu todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns! Se errou em algum exercício reestude esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- Ambos querem ter relações sexuais?
- Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.



Representação de Intervalos Numéricos Ilimitados

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- ☒ Identificar intervalos ilimitados;
- ☒ Representar intervalos ilimitados sob forma de chavetas;
- ☒ Representar intervalos ilimitados na recta real.

Material necessário de apoio

- ☒ Reguá, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

🕒 60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 5ª lição do módulo 1 de matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento nas lições anteriores. Nesta lição você vai aprender a representar intervalos numéricos ilimitados. Fazemos votos que redobre esforços para o mais breve possível terminar o seu estudo.



Caro aluno, vamos iniciar o estudo desta lição mostrando alguns exemplos.
Prestação atenção: por isso, siga atentamente, a explicação!

Exemplo 1

Seja o subconjunto dos números reais que estão no intervalo: $] -\infty; 3]$.

i) Representar na forma de chavetas.

Como se recorda, intervalo fechado significa que **incluem-se** os extremos do intervalo. E isso representa-se pelos sinais $\leq$, que se lê “**menor ou igual**” ou $\geq$, e lê-se “**maior ou igual**”. O menos infinito $(-\infty)$, é um extremo não definido, por isso o intervalo está aberto á esquerda.

A representação deste subconjunto, através de chavetas será:

$\{x: x \leq 3\}$ E lê-se: x tal que x menor ou igual a 3.

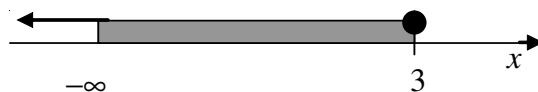
ii) Representar no eixo real.

Como representar o intervalo $] -\infty; 3]$ no eixo real?

Caro aluno, segue a explicação atentamente.

Para representar no eixo real, é necessário observar os intervalos como se apresentam no problema. A disposição do intervalo no lado esquerdo é $-\infty$ (sempre que isto acontece o intervalo é aberto).

No lado direito temos o 3, o intervalo é fechado, (logo teremos uma bola pintada).





É importante saber que a bola no extremo direito está pintada, porque inclui esse extremo. Este tipo de intervalo chama-se **intervalo ilimitado fechado à direita**. Porque o extremo à esquerda não está definido, caso contrário, o intervalo chama-se **intervalo ilimitado fechado à esquerda**.

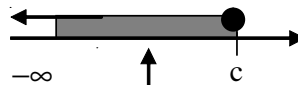
O símbolo $-\infty$, indica que o extremo inferior não está definido.

GENERALIZANDO

$$I -]-\infty, c] = \{x: x \leq c\}$$

Forma de
intervalo

Forma de
chavetas



Eixo
real

Intervalo ilimitado fechado à direita.

⌘ O que se pode interpretar como sendo, intervalo aberto à esquerda e fechado á direita.

Por outro lado temos o caso contrário:

$$II - [c, +\infty[= \{x: x \geq c\}$$



Intervalo ilimitado fechado à esquerda.

O símbolo $+\infty$ indica que o extremo superior não está definido.



Os símbolos $-\infty$ e $+\infty$ que lê-se respectivamente, **menos infinito** e **mais infinito** não tem significado numérico, apenas nos indicam que:
O intervalo $]-\infty, b]$ não está definido o extremo inferior, isto é, *não há um número real menor que todos os outros*.
E, o intervalo $[a, +\infty[$ não está definido o extremo superior, isto é, *não há um número real maior que todos os outros*.

Exemplo 2

Seja o sub-conjunto dos números reais que estão no intervalo: $]-2,5; +\infty[$.

i) Representar na forma de chavetas.

Como vimos na lição anterior, os intervalos abertos significam que **excluem-se** os extremos. E isso representa-se pelos sinais; $<$ que se lê “**menor que**” ou $>$ que se lê “**maior que**”.

A representação deste subconjunto, através de chavetas será:

$\{x: x > -2,5\}$ E lê-se: x tal que x maior que $-2,5$.

ii) Representar no eixo real.

Como representar o intervalo $]-2,5; +\infty[$ no eixo real?

Caro aluno, segue a explicação atentamente.

Para representar no eixo real é necessário observar, a disposição dos intervalos no problema. No lado esquerdo temos $-2,5$ e o intervalo está aberto. A bola não está pintada.

No lado direito temos $+\infty$ (sempre que isto acontece o intervalo é sempre aberto).





11

100

1

1000

1000

11



1

1000

1000

11



ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira, considera os números $(-3, -1, -2, -1,5)$. E justifica a sua escolha.

- a) -3 é o maior número interio no intervalo $] -\infty; -2[$.
- b) -1 é o maior número interio no intervalo $] -\infty; -2[$.
- c) -2 é o maior número interio no intervalo $] -\infty; -2[$.
- d) $-1,5$ é o maior número interio no intervalo $] -\infty; -2[$.

☒
☐
☐
☐

2. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira, considera os números $(4, -1, 6, 0)$. E justifica a sua escolha.

- a) 4 é o menor número interio no intervalo $] 5; +\infty[$.
- b) -1 é o menor número interio no intervalo $] 5; +\infty[$.
- c) 6 é o menor número interio no intervalo $] 5; +\infty[$.
- d) 0 é o menor número interio no intervalo $] 5; +\infty[$.

☒
☐
☐
☐

3. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira, considera os números $(4, -1, -2, \frac{7}{4})$. E justifica a sua escolha.

- a) 4 é o maior número interio no intervalo $] -\infty; \frac{7}{4}]$.
- b) -1 é o maior número interio no intervalo $] -\infty; \frac{7}{4}]$.
- c) -2 é o maior número interio no intervalo $] -\infty; \frac{7}{4}]$.
- d) $\frac{7}{4}$ é o maior número interio no intervalo $] -\infty; \frac{7}{4}]$.

☒
☐
☐
☐

4. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira, considera os números $(4, -1, -2, -\frac{6}{5})$. E justifica a sua escolha.

- a) 4 é o maior número interio no intervalo $]-\infty; -\frac{6}{5}]$. ☒
- b) -1 é o maior número interio no intervalo $]-\infty; -\frac{6}{5}]$. ☐
- c) -2 é o maior número interio no intervalo $]-\infty; -\frac{6}{5}]$. ☐
- d) é o maior número interio no intervalo $]-\infty; -\frac{6}{5}]$. ☐

5. Representa através de chavetas e no eixo real o subconjunto dos números reais os intervalos:

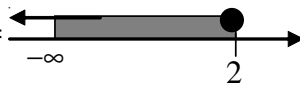
- a) $]-\infty; 2]$
- b) $]1; +\infty[$
- c) $[-2; +\infty[$
- d) $]-\infty; 3[$



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) ✓. Porque no intervalo dado o extremo -2 não está incluso e só o -3 está incluso.
2. c) ✓. Porque no intervalo dado o extremo 5 não está incluso e só o 6 está incluso, e é o menor número.
3. d) ✓. Porque no intervalo dado o extremo $\frac{7}{4}$ é fechado e está incluso.
Assim é o maior número inteiro no intervalo dado.

4. d) ✓. Porque no intervalo dado o extremo $-\frac{6}{5}$ é fechado e está incluso. Assim é o maior número inteiro no intervalo dado.

5. a) $\{x: x \leq 2\} =$ 

b) $\{x: x > 1\} =$ 

c) $\{x: x \geq -2\} =$ 

d) $\{x: x < 3\} =$ 



EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ apenas as igualdades correctas entre as representações por chavetas em relação aos intervalos.

a) $\{x \in \mathbb{R}_0^+ : x \leq 2\} = [0, 2[$



b) $\{x \in \mathbb{R}_0^+ : x \leq 2\} = [0, 2]$



c) $\{x \in \mathbb{R} : x \geq -\sqrt{2} \text{ e } x < 3\} = [-\sqrt{2}, 3[$



d) $\{x \in \mathbb{R} : x \geq -\sqrt{2} \text{ e } x < 3\} = [-\sqrt{2}, 3]$



2. Represente na forma de intervalos, os sub-conjuntos dos números reais que se seguem.

a) $\{x \in \mathbb{R} : x \leq -0,5\}$



b) $\left\{x \in \mathbb{R} : x > -\frac{1}{2}\right\}$



c) $\{x \in \mathbb{R}_0^- : x > -\pi\}$



3. Marque com um ✓ apenas as igualdades correctas entre as representações por intervalos em relação as chavetas.

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $]-\infty, 5] = \{x: x < 5\}$ | ☒ |
| b) $]-\infty, 5] = \{x: x > 5\}$ | ☐ |
| c) $]-\infty, 5] = \{x: x \geq 5\}$ | ☐ |
| d) $]-\infty, 5] = \{x: x \leq 5\}$ | ☐ |

4. Marque com um ✓ apenas as igualdades correctas entre a representações por intervalos em relação as chavetas.

- | | |
|---|-------------------------------------|
| a) $]-\infty; 2] = \{x: x \leq 2\}$ | ☒ |
| b) $]-\infty; 2] = \{x: x \geq 2\}$ | ☐ |
| c) $]\sqrt{3}; +\infty] = \{x: x > \sqrt{3}\}$ | ☐ |
| d) $]\sqrt{3}; +\infty[= \{x: x > \sqrt{3}\}$ | ☐ |
| e) $]\sqrt{3}; +\infty] = \{x: x \leq \sqrt{3}\}$ | ☐ |
| f) $]-\infty; \sqrt{3}] = \{x: x \leq \sqrt{3}\}$ | ☐ |

5. Represente na forma de chavetas os intervalos.

- a) $[3; +\infty[$
- b) $]-\infty; 0[$



Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exercícios compare as suas respostas com a chave de correcção a seguir.



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) ✓. Porque $\mathbb{R}_0^+$, significa inclusão do zero, para os números positivos por causa do sinal +.
 c) ✓. Porque no extremo $-\sqrt{2}$ o intervalo é fechado, por causa do sinal $\geq$ e no extremo 3 é aberto porque temos o sinal $<$.
2. a) $]-\infty; -0,5]$; b) $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ e c) $]-\pi; 0]$.
3. d) ✓. Porque o intervalo no extremo direito (5) é fechado e no extremo esquerdo é ilimitado.
4. a) ✓. Porque o intervalo no extremo direito (2) é fechado e no no extremo esquerdo é ilimitado.
 d) ✓. Porque o intervalo no extremo esquerdo $\sqrt{2}$ é aberto e à direita é ilimitado.
 f) ✓. Porque o intervalo no extremo esquerdo é ilimitado e à direita $\sqrt{3}$ é ilimitado.
5. a) $[3; +\infty[= \{x \in \mathbb{R} : x \geq 3\}$
 b) $]-\infty; 0[= \{x \in \mathbb{R} : x < 0\}$



Caro aluno, acabou de resolver os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns! Continue com o seu estudo. Se acertou em pelo menos um só exercícios volta rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

6

Intervalos Numéricos Limitados e Ilimitados

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- ✎ Representar intervalos na recta graduada;
- ✎ Representar intervalos sob forma de chavetas;
- ✎ Representar intervalos limitados e ilimitados.

Material necessário de apoio

- ✎ Régua, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

🕒 60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a lição 6 do seu estudo da Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom sucesso nas lições anteriores.

Nesta lição vai aprender a representar intervalos limitados e ilimitados, na recta graduada (eixo real) e sob forma de condições (através de chavetas). Esta lição é basicamente para a aplicação dos conhecimentos que aprendeu nas últimas lições. Isto é, identificação de intervalos, representação de intervalos na forma de chavetas e no eixo real, em intervalos limitados e ilimitados.

Caro aluno, vamos começar por fazer uma breve revisão, sobre a lição anterior resolvendo a actividade que se segue, depois procura verificar as suas respostas na chave de correcção.

Caro aluno, a seguir realize a actividade, como forma de aplicar os conhecimentos aprendidos sobre a representação de intervalos numéricos.



ACTIVIDADE

1. Marque com **V** ou com **F** as afirmações verdadeiras ou falsas em relação a identificação dos elementos de um subconjunto dado através de intervalos.

a) $5 \in]-2; 5]$

V/F

☐

b) $5 \notin]-2; 5]$

☐

c) $0 \in]-\infty; -1[$

☐

d) $0 \notin]-\infty; -1[$

☐

e) $-2500 \in]-\infty; -10]$

☐

f) $-2500 \notin]-\infty; -10]$

☐

2. Marque com **V** as afirmações que correspondem as igualdades verdadeiras e **F** as falsas, em relação as representações por chavetas e intervalos.

a) $\left\{x \in \mathbb{R} : x > -\frac{1}{2}\right\} = \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right]$

b) $\left\{x \in \mathbb{R} : x > -\frac{1}{2}\right\} = \left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$

c) $\{x \in \mathbb{R} : x \leq 1\} =]-\infty; 1]$

d) $\{x \in \mathbb{R} : x \leq 1\} =]-\infty; 1[$

e) $\{x \in \mathbb{R}_0^+ : x \leq 2\} = [0; 2[$

$$\text{f) } \{x \in \mathbb{R}_0^+ : x \leq 2\} = [0; 2]$$

$$\text{g) } \{x \in \mathbb{R}_0^- : x \geq \pi\} =]-\pi; 0]$$

$$\text{h) } \{x \in \mathbb{R}_0^- : x \geq \pi\} = [-\pi; 0]$$

3. Utilizando os sinais $\in, \notin, \subset, \supset$ e $=$, completa as afirmações de modo que sejam verdadeiras:

$$\text{a) } 1 _ [1; 4[$$



$$\text{b) }]-\infty; \frac{1}{2}[_ \mathbb{R}^-$$



$$\text{c) } 4 _ [1; 4[$$



$$\text{d) } \mathbb{R}_0^+ _ [0; +\infty[$$



Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exercícios da actividade sugerida, procura comparar as suas respostas com as que lhe apresentamos na chave de correcção. Se é que teve muitas dificuldades volte a resolver novamente esta lição, até que consiga resolver todos os exercícios propostos.



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; b) F; c) F; d) V; e) V; f) F

2. a) F, b) V, c) V d) F e) V, f) F, g) V e h) F

3. a) $1 \in [1; 4[$; b) $]-\infty; \frac{1}{2}[\supset \mathbb{R}^-$; c) $4 \notin [1; 4[$

d) $\mathbb{R}_0^+ = [0; +\infty[$.



Caro aluno, agora vai ter que seguir atentamente os exemplos que se seguem, por forma a compreender esta lição.

Exemplo

Seja dado o intervalo $] -1; 4 [$, como identificar os extremos inferior e superior?

Meu querido aluno é muito fácil é só observar:

O extremo inferior é: -1.

O extremo superior é: 4.



TOME NOTA...

Num intervalo qualquer, $]a; b[$, o número à esquerda é extremo inferior e à direita extremo superior.

Caro aluno, agora faça o resumo da matéria já estudada nesta lição e nas lições anteriores neste módulo, sobre intervalos numéricos, mas primeiro fixa:

1. Consideremos a condição $a < x \wedge x < b$ que é o mesmo que $a < x < b$. Isto significa que $x < a$ e $x < b$.
2. Mas também temos a condição $a \leq x \wedge x \leq b$ o mesmo que $a \leq x \leq b$.
3. Consideremos também o caso da condição $a \leq x \wedge x < b$ o mesmo que $a \leq x < b$.
4. Da condição $a < x \wedge x \leq b$ o mesmo que $a < x \leq b$.
5. Da condição $x \leq b$, única.
6. Da Condição $x \geq b$, única.

RESUMINDO

Ótimo bom aluno! Você terá apresentado um resumo correcto se tiver feito como o fazemos a seguir:

- ⌘ O intervalo aberto $]a; b[$: É o subconjunto do conjunto dos números reais x tais que $a < x < b$;
- ⌘ O intervalo semi-aberto $[a; b[$: É o subconjunto do conjunto dos números reais x tais que $a \leq x < b$;
- ⌘ O intervalo semi-aberto $]a; b]$: É o subconjunto do conjunto dos números reais x tais que $a < x \leq b$;
- ⌘ O intervalo fechado $[a; b]$: É o subconjunto do conjunto dos números reais x tais que $a \leq x \leq b$;
- ⌘ Semi-rectas $]-\infty; a[$: É o subconjunto do conjunto dos números reais x tais que $x < a$;
 $]-\infty; a]$: Conjunto dos números reais x tais que $x \leq a$;
- ⌘ $]-\infty; a[$: É o subconjunto do conjunto dos números reais x tais que $x < a$;
- ⌘ $]-\infty; a]$: É o subconjunto do conjunto dos números reais x tais que $x \leq a$.
- ⌘ É o subconjunto do conjunto dos números reais x tais que $b \leq x$;
- ⌘ É o subconjunto do conjunto dos números reais x tais que $b < x$.

O mesmo resumo pode-se apresentar sob forma de uma tabela, como a que se segue, onde se considera a e b são dois números reais, distintos.

Condição	Conjunto	Notação	Linguagem corrente	Gráficamente (eixo real)
$a < x \wedge x < b$ ou $a < x < b$	$\{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$	$]a; b[$	Intervalo aberto de extremo a e b .	
$a \leq x \wedge x \leq b$ ou $a \leq x \leq b$	$\{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$	$[a; b]$	Intervalo fechado de extremo a e b .	
$a \leq x \wedge x < b$ ou $a \leq x < b$	$\{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$	$[a; b[$	Intervalo fechado à esquerda de extremos a e b .	
$a < x \wedge x \leq b$ ou $a < x \leq b$	$\{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$	$]a; b]$	Intervalo aberto à esquerda de extremos a e b .	
$x \leq b$	$\{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$	$]-\infty; b]$	Intervalo fechado à direita (extremo superior e não tem extremo inferior).	
$x \geq a$	$\{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$	$[a; +\infty[$	Intervalo fechado à esquerda (extremo inferior e não tem extremo superior).	

Intervalos limitados são aqueles que tem os extremos definidos.

Intervalos ilimitados são aquele que tem pelo menos um intervalo definido.


$$\mathbb{R} =]-\infty; +\infty[= \begin{array}{c} \text{---} | \text{---} \\ -\infty \quad 0 \quad +\infty \end{array}$$


ATIVIDADE

- a) $\left[-15; -3\frac{1}{3}\right]$; o extremo inferior é -15 e o extremo superior é $-3\frac{1}{3}$.

- b)** $\left[-15; -3\frac{1}{3}\right]$; o extremo inferior é $\frac{10}{3}$ e o extremo superior é -15 .



- c) $]-\infty; 3]$; não está definido o extremo inferior e o superior é 3.

- d)** $]-\infty; 3]$; o extremo inferior é 3 e não está definido o extremo superior.

- a) $[-2; 3]$**

- b)** $]-\infty; 4]$

- c)** $[0; +\infty[$

3. Representa no eixo real.

a) $]1,5; 6[$

b) $\left[-4; \frac{3}{5}\right[$

c) $[1; 15]$

d) $\left]-\frac{3}{4}; 7\right]$



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V. Porque no intervalo $\left[-15; -3\frac{1}{3}\right]$, vamos ter que calcular o

valor do extremo superior $-3\frac{1}{3}$ e será: $-3\frac{1}{3} = \frac{-9+1}{3} = \frac{-8}{3} = -\frac{8}{3}$.

Reescrevendo o intervalo fica: $\left[-15; -\frac{8}{3}\right]$.

b) F. O intervalo não tem nenhuma correspondência com a preposição que se apresenta.

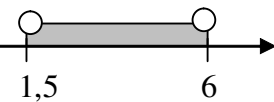
c) V. Porque não está definido o extremo inferior.

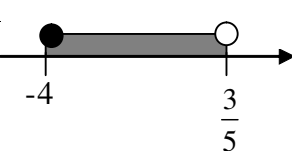
d) F. O extremo inferior não está definido, enquanto o extremo superior é 3.

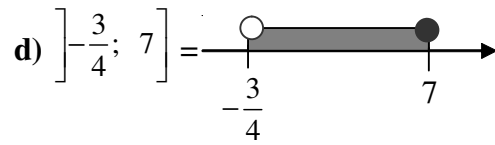
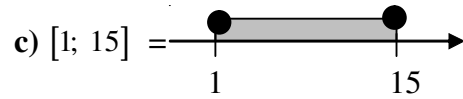
2. a) $[-2; 3] = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 3\}$

b) $]-\infty; 4] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 4\}$

c) $[0; +\infty[= \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$

3. a) $]1,5; 6[$ = 

b) $\left[-4; \frac{3}{5}\right[$ = 



Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exercícios propostos na actividade, procura comparar as suas respostas com as que lhe sugerimos na chave de correcção. Caso não tenha tido sucesso. Volta a resolver até conseguir resolver todos exercícios, se ainda tiver muitas dificuldades peça ajuda a um dos teus colegas ou peça ajuda ao seu tutor no CAA.

A SIDA

A **SIDA** é uma **doença grave** causada por um vírus. A **SIDA não tem cura**. O número de casos em Moçambique está a aumentar de dia para dia. **Proteja-se!!!**

Como evitar a SIDA:

- ➔ Adiando o início da actividade sexual para quando for mais adulto e estiver melhor preparado.
- ➔ Não ter relações sexuais com pessoas que têm outros parceiros.
- ➔ Usar o preservativo ou camisinha nas relações sexuais.
- ➔ Não emprestar nem pedir emprestado, lâminas ou outros instrumentos cortantes.



Operações com Intervalos - Reunião

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- ☒ Representar intervalo no eixo real;
- ☒ Representar intervalo sob forma de condição.

Material necessário de apoio

- ☒ Régua, compasso, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

🕒 60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 7ª lição do seu módulo 1 de matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha percebido bem as últimas lições. Nesta lição vamos convidá-lo para o estudo da união de conjuntos; e para isso é muito importante o domínio da representação de intervalos limitados e ilimitados, nas três formas (intervalo, eixo real e chavetas).

Nesta lição vai consolidar a representação de intervalos numéricos sob todas formas estudadas nas lições anteriores deste módulo.

Caro aluno, vamos fazer uma breve revisão, das lições anteriores sobre intervalos limitados e ilimitados, resolvendo alguns exercícios.



FAZENDO REVISÕES...

1. Dados os intervalos a seguir, representa no eixo real.

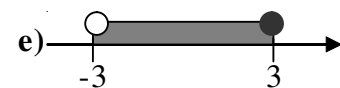
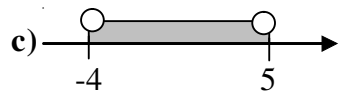
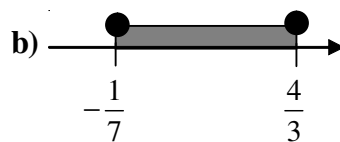
a) $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$

b) $\left[0, 3; \frac{1}{5}\right]$

c) $\left[-\frac{7}{3}; -1\right[$

d) $] -\sqrt{3}; 0[$

2. Considere as representações no eixos real. Represente sob forma de condição e intervalos.





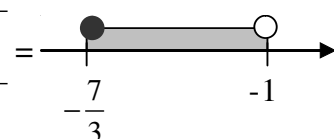
Ótimo! Anima-nos saber que você nos percebe. Mais uma vez acertou ao resolver os exercícios apresentados. Agora compara as suas respostas com a chave de correcção.

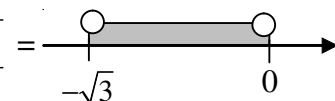


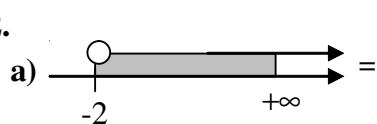
CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $\left[\frac{1}{3}; 3\right] =$ 

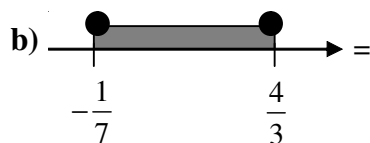
b) $\left[0,3; \frac{1}{5}\right] =$ 

c) $\left[-\frac{7}{3}; -1\right] =$ 

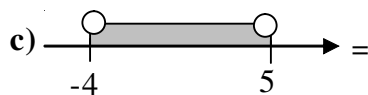
d) $]-\sqrt{3}; 0[=$ 

2. a)  =

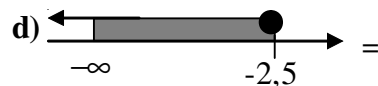
$$\{x: x > -2\} \text{ ou } \{x \in \mathbb{R} : x > -2\} =]-2; +\infty[$$

b)  =

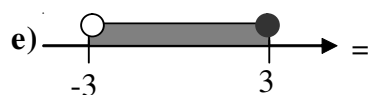
$$\left\{x \in \mathbb{R} : -\frac{1}{7} \leq x \leq \frac{4}{3}\right\} \text{ ou } \left\{x \in \mathbb{R} : x \geq -\frac{1}{7} \wedge x \leq \frac{4}{3}\right\} = \left[-\frac{1}{7}; \frac{4}{3}\right]$$



$$\{x \in \mathbb{R} : -4 < x < 5\} \text{ ou } \{x \in \mathbb{R} : x > -4 \wedge x < 5\} =]-4; 5[$$



$$\{x : x \leq -2,5\} \text{ ou } \{x \in \mathbb{R} : x \leq -2,5\} =]-\infty; -2,5]$$



$$\{x \in \mathbb{R} : -3 < x \leq 3\} \text{ ou } \{x \in \mathbb{R} : x > -3 \wedge x \leq 3\} =]-3; 3]$$



$$\{x \in \mathbb{R} : 12 \leq x < 30\} \text{ ou } \{x \in \mathbb{R} : x \geq 12 \wedge x < 30\} = [12; 30[$$

Exemplo 1

Caro aluno, já está recordado sobre intervalos limitados e ilimitados que aprendeu na última lição; nesta lição vá utilizar estes conceitos para determinar conjunto solução nos diferentes exercícios da operação da reunião de conjunto.

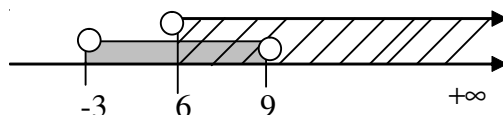
A operação da reunião é o mesmo que adição (junção). Assim sendo, por exemplo:

$]6; +\infty[\cup]-3; 9]$ - lê, “ **intervalo aberto de seis à mais infinito, reunião, intervalo aberto de menos três à até nove, intervalo fechado**”

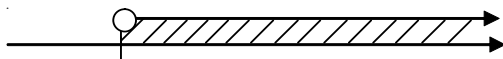
NB: O símbolo $\cup$, lê-se reunião.

Como determinar $]6; +\infty[\cup]-3; 9]$?

Para a obtenção da solução temos que representar os dois subconjuntos graficamente, isto é, no mesmo eixo real, como se apresenta a seguir:



No final teremos a solução:



A solução, lemos no eixo real, assim vemos que unindo os dois subconjuntos, obtém-se um único subconjunto de $\mathbb{R}$ que parte de -3 a $+\infty$.

Assim: $]6; +\infty[\cup]-3; 9[=]-3; +\infty[$.

Para melhor visualização dos cálculos conjuntos representa-se no eixo real (graficamente).

Na forma de intervalos a solução será:

$x \in]-3; +\infty[$, a soma de conjuntos é de -3 a $+\infty$.

Exemplo 2

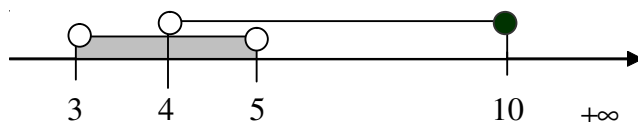
Tal como vimos no exemplo anterior, a operação da reunião é a adição.

Seja: $]3; 5[\cup]4; 10]$.

Qual será o conjunto solução?

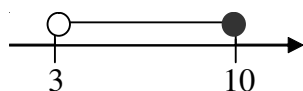
Aqui vamos procurar seguir procedimento semelhante ao exemplo anterior.

Vamos representar graficamente os dois conjuntos no mesmo eixo real.



A solução é obtida no eixo real, assim vemos que unindo os dois subconjuntos de $\mathbb{R}$, obtém-se um único conjunto de , que parte de 3 até 10. No extremo 10 a bola está pintada porque o intervalo é fechado, e no extremo 3 o intervalo é aberto - porque a bola não está pintada.

Resumindo graficamente, a solução fica da seguinte forma:



E, ainda, na forma de intervalos a solução será:

$$\text{Então: }]3; 5[\cup]4; 10] =]3; 10]$$

$x \in]3; 10]$ é a soma dos dois subconjuntos, e parte de 3 até 10 incluindo este extremo.



Muito bem. Caro aluno.
Depois de ter estudado a
lição, agora vamos realizar as
actividades que se seguem.



ACTIVIDADE

1. Assinale com um ✓ o conjunto solução de $] -\infty; 0[\cup] -7; 13]$

a) $] -\infty; 0[$



b) $] -\infty; 13]$



c) $] 7; 0[$



d) $] -\infty; 7[$



2. Assinale com um ✓ o conjunto solução de $[-10; 10] \cup [-1; 9]$

a) $] -1; 10[$



b) $] -10; 9[$



c) $[-10; 10]$



d) $] -1; 9[$



3. Assinale com um ✓ o conjunto solução de $[-3; 10] \cup \left[-\frac{1}{5}; 3,5\right]$

a) $] -3; 3,5[$



b) $] -3; \frac{1}{5}[$



c) $[-3; 10]$



d) $] -\infty; 3,5[$



4. Consideremos os conjuntos, $A =]-\infty; 0[$ e $B =]-3; 10[$. Calcula: $A \cup B$.

5. Assinale com um ✓ apenas a igualdade correcta na operação de reunião.

a) $[-3; 15[\cup]8; +\infty[= [-3; +\infty[$

b) $[-3; 15[\cup]8; +\infty[= [-3; +\infty[$

c) $[-3; 15[\cup]8; +\infty[=]-3; +\infty[$



CHAVE DE CORRECÇÃO

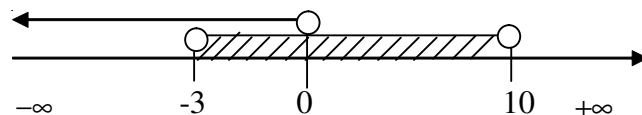
1. b) ✓. Porque de $-\infty$ temos o intervalo fechado em 13.

2. c) ✓. Porque em ambos extremos -10 e 10 são intervalos limitados fechados.

3. c) ✓. Porque em ambos extremos -3 e 10 são intervalos limitados fechados.

4. Consideremos os conjuntos, $A =]-\infty; 0[$ e $B =]-3; 10[$. A reunião dos conjuntos $A \cup B$ temos que:

$$A \cup B =]-\infty; 0[\cup]-3; 10[$$



Na forma de intervalos a solução será:

$$A \cup B =]-\infty; 0[\cup]-3; 10[=]-\infty; 10[$$

5. a) $[-3; 15[\cup]8; +\infty[= [-3; +\infty[$. ✓



Caro aluno, de certeza entendeu as explicações dos dois exemplos e a actividade apresentada. Caso não tenha compreendido. Volta a ler mais uma vez, até que se sinta que está em altura de resolver os exercícios propostos a seguir.



EXERCÍCIOS

1. Assinale com **V** as proposições verdadeiras e um **F** as falsas.

a) $]-\infty; 0[\cup]-4; 8[=]-\infty; 8[$

b) $]-\infty; 0[\cup]-4; 8[= [-\infty; 8]$

c) $]0; 1[\cup]0; 1[=]0; 1[$

d) $]0; 1[\cup]0; 1[= [0; 1]$

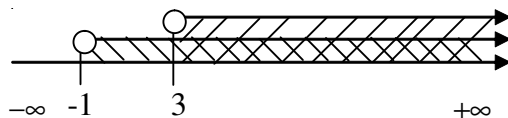
2. Resolve e represente na forma de intervalos as soluções das operações.

a) $]-1; +\infty[\cup]2; 4[$

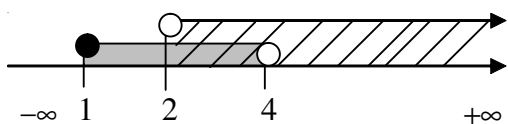
b) $\left[-\frac{1}{2}; 4\right] \cup]2; +\infty[$

3. Represente na forma de intervalos a reunião dos conjuntos representados graficamente.

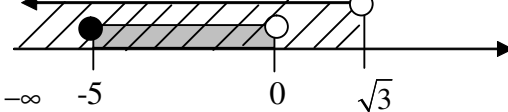
a)



b)



c)

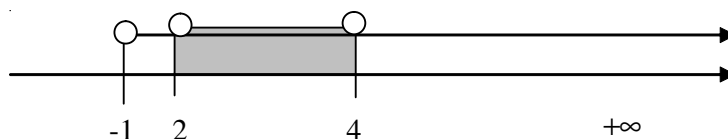


Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exercícios, compare os seus resultados com a chave de correcção a seguir.

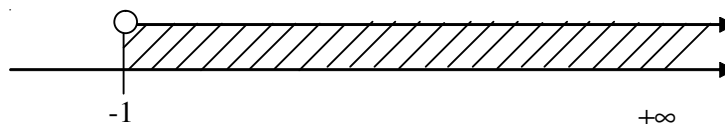


CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V. Porque da reunião resulta $]-\infty; 8[$ e temos um intervalo ilimitado aberto à direita.
 b) F
 c) F
 d) V. Porque da reunião resulta $[0; 1]$ e temos um intervalo limitado fechado à direita e à esquerda.
2. a) Como dissemos nos exemplos anteriores é mais fácil começar por representar graficamente; assim temos:



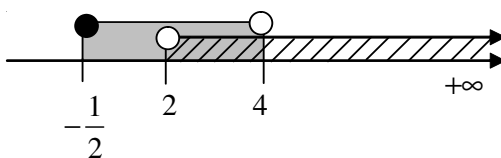
A solução será:



E sob forma de intervalos teremos:

$$]-1; +\infty[\cup]2; 4[=]-1; +\infty[$$

- b) Da mesma maneira como no exercício anterior. Representamos primeiro graficamente.



E sob forma de intervalos teremos:

$$\left[-\frac{1}{2}; 4\right] \cup]2; +\infty[= \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$$

Solução: $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$

3. Representando na forma de intervalos as soluções teremos:

a) $] -1; +\infty[\cup]3; +\infty[=] -1; +\infty[$

Solução: $x \in] -1; +\infty[$

b) $[1; 4[\cup]2; +\infty[= [1; +\infty[$

Solução: $x \in [1; +\infty[$

c) $] -5; 0[\cup] -\infty; \sqrt{3}]$

Solução: $x \in] -\infty; \sqrt{3}]$



Caro aluno, você acabou de resolver os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se em algum exercício não acertou, reestude a lição ou peça ajuda colegas. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A Cólera

A **cólera** é uma doença que provoca muita **diarreia, vômitos e dores de estômago**. Ela é causada por um micróbio chamado vibrião colérico. Esta doença ainda existe em Moçambique e é a causa de muitas mortes no nosso País.

Como se manifesta?

O **sinal mais importante** da cólera é uma **diarreia** onde as fezes se parecem com água de arroz. Esta diarreia é frequentemente acompanhada de dores de estômago e vômitos.

Pode-se apanhar cólera se:

- Beber água contaminada.
- Comer alimentos contaminados pela água ou pelas mãos sujas de doentes com cólera.
- Tiver contacto com moscas que podem transportar os vibriões coléricos apanhados nas fezes de pessoas doentes.
- Utilizar latrinas mal-conservadas.
- Não cumprir com as regras de higiene pessoal.

Como evitar a cólera?

- Tomar banho todos os dias com água limpa e sabão.
- Lavar a roupa com água e sabão e secá-la ao sol.
- Lavar as mãos antes de comer qualquer alimento.
- Lavar as mãos depois de usar a latrina.
- Lavar os alimentos antes de os preparar.
- Lavar as mãos depois de trocar a fralda do bebé.
- Lavar as mãos depois de pegar em lixo.
- Manter a casa sempre limpa e asseada todos os dias.
- Usar água limpa para beber, fervida ou tratada com lixívia ou javel.
- Não tomar banho nos charcos, nas valas de drenagem ou água dos esgotos.



Operações com Intervalos - Intersecção

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- ✂ Interpretar operações com intervalos numéricos de intersecção;
- ✂ Efectuar operações com intervalos numéricos com intersecção;
- ✂ Ler intervalos numéricos, resultantes das operações de intersecção.

Material necessário de apoio

- ✂ Reguá, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

🕒 60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 8ª lição do módulo 1 de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha percebido bem a última lição, onde aprendeu a operação de reunião, de conjuntos representados sob forma de intervalos limitados e ilimitados. Nesta lição vamos tratar da intersecção de conjuntos também representados sob forma de intervalos limitados e ilimitados.

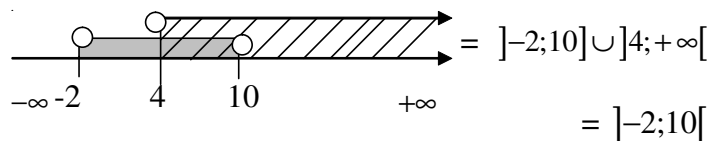
Caro aluno, comece esta lição fazendo uma breve revisão, da lição anterior (união de conjuntos). Resolve os exercícios.



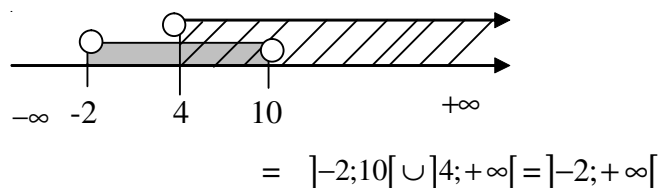
FAZENDO REVISÕES...

1. Assinale com um ✓ apenas a igualdade correspondente a representação gráfica e por intervalos.

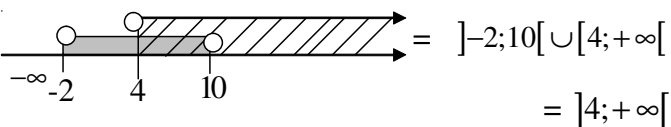
a)



b)



c)

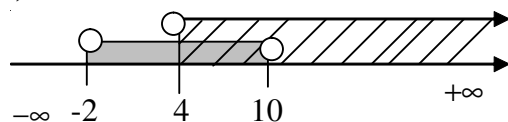


Caro aluno, agora compare as suas respostas com as apresentadas na chave de correcção.



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b)



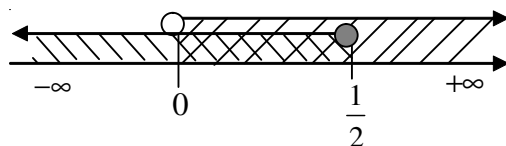
$$=]-2; 10[\cup]4; +\infty[=]-2; +\infty[\checkmark$$

Agora acompanhe atentamente a explicação dada nos exemplos que se seguem, de modo a perceber como efectuar a intersecção de dois conjuntos.

Exemplo 1

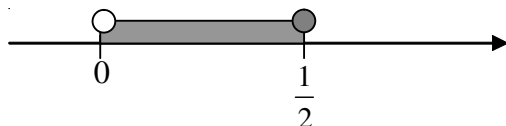
Como determinar a operação de intersecção: $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right] \cap]0; +\infty[$.

Vamos representar os dois subconjuntos graficamente, isto é, no eixo real, como se apresenta a seguir.



A resposta encontramos onde os dois subconjuntos, tem os elementos comuns; neste caso os elementos em comum nos dois subconjunto estão compreendidos no intervalo de 0 a $\frac{1}{2}$, onde se forma a malha.

Daí teremos no eixo real a solução:



A solução, lê-se no eixo, assim vemos que os elementos que pertencem aos dois conjuntos ao mesmo tempo, são os números reais que estão entre 0 e $\frac{1}{2}$, incluindo o extremo superior.

Na forma de intervalos temos: $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right] \cap]0; +\infty[= \left]0; \frac{1}{2}\right]$

a solução será:

$x \in \left]0; \frac{1}{2}\right]$ é o conjunto solução, pois ele é formado pelos números reais que pertencem simplesmente aos dois intervalos.

Caro aluno, conseguiu seguir e entender bem o raciocínio? Então estás de parabéns! Agora, para facilitar a identificação e visualização do conjunto solução é aconselhável, apresentar o conjunto solução no eixo real.

NB: O símbolo $\cap$, lê-se **intersecção**.

$\left]-\infty; \frac{1}{2}\right] \cap]0; +\infty[$, lê-se “**de menos infinito a um meio, intervalo fechado; intersecção com zero, a mais infinito**”.



TOME NOTA...

Intersecção – intervalo de convergência entre subconjuntos (elementos pertencentes em simultâneo a mais de dois subconjuntos).

Exemplo 2

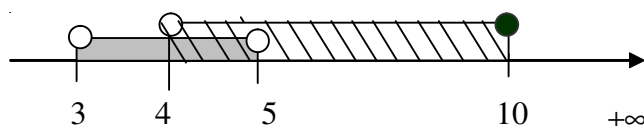
Tal como vimos no exemplo anterior, a operação de intersecção consiste em encontrar elementos que pertencem simultaneamente a dois ou mais conjuntos pré- definidos.

Seja dada a seguinte operação: $]3;5[\cap]4;10[$.

Qual será o conjunto solução?

Caro aluno, para resolver esta a operação de intersecção segue o mesmo procedimento, como na operação de reunião. De certeza que na reunião foi fácil! Aqui também é muito fácil.

✂ Primeiro vamos representar os dois subconjuntos de $\mathbb{R}$ no mesmo eixo real.

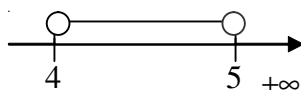


☒ Ler a solução no eixo real, tendo em conta que ela consta de elementos que pertencem aos dois conjuntos em $\mathbb{R}$.

Assim obtem-se o conjunto que vai de 4 a 5.

Em ambos extremos as bolas não estão pintadas porque os extremos não fazem parte do subconjunto solução.

Graficamente podemos indicar, a solução da seguinte forma:



Na forma de intervalos será:

$$]3;5[\cap]4;10[=]4;5[$$

$x \in]4; 5[$, é o conjunto solução, pois ele é formado pelos números reais que pertencem aos dois subconjuntos pré-definidos ao mesmo tempo.



Definição: Intersecção de dois conjuntos é o conjunto constituído por todos números reais que pertencem em simultâneo ambos subconjuntos.

Muito bem! Caro aluno, vai realizar a actividade, como forma de aplicar os seus conhecimentos sobre a intersecção de conjuntos numéricos.



ACTIVIDADE

1. Assinale com um ✓ a solução da operação seguinte,

$$\left]-2; \frac{7}{2}\right] \cap \left]-2; \frac{5}{2}\right].$$

a) $\left]-2; \frac{7}{2}\right]$ ☒

b) $\left]-2; \frac{5}{2}\right]$ ☐

c) $\left[\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right]$ ☐

d) $\left]-2; \frac{5}{2}\right[$ ☐

2. Considere os conjuntos, $A =]-\infty; 0[$ e $B =]-3; 10[$.

Efectue: $A \cap B$.

3. Marque com um ✓ apenas a operação de intersecção com a solução correcta.

a) $[-3; 10[\cap]6; +\infty[= [6; 10]$ ☒

b) $[-3; 10[\cap]6; +\infty[=]6; 10[$ ☐

c) $[-3; 10[\cap]6; +\infty[= [6; 10[$ ☐

4. Considerando os conjuntos $A =]-3, 2; 2]$; $B =]0, 4, 5[$ e $C =]-1; 6[$.
 Completa as proposições de modo que sejam verdadeiras.

a) $A \cap B = \dots$

b) $A \cap C = \dots$

c) $B \cap C = \dots$

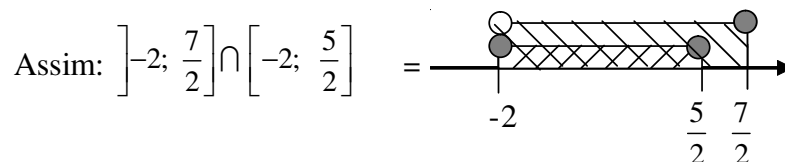


Caro aluno, depois de ter resolvido a actividade compare as suas respostas com a chave de correcção a seguir.



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b) $] -2; \frac{5}{2}]$. Caro aluno, para chegar a esta resposta, vamos representar os dois subconjuntos no mesmo eixo real.

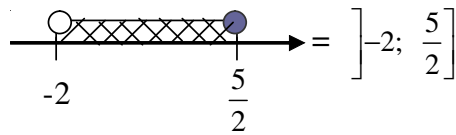


A solução lê-se, no intervalo formado pelas malha. Isto é, o intervalo de -2 a $\frac{5}{2}$.

E como se pode observa, na malha o intervalo inferior (-2) é fechado e aberto, de modo a incluir as duas condições considera-se

aberto; no intervalo superior ($\frac{5}{2}$) é fechado, mantém-se.

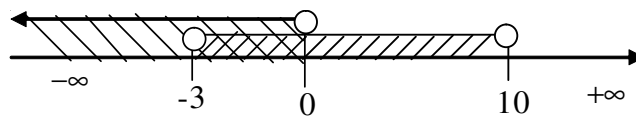
O conjunto solução é:



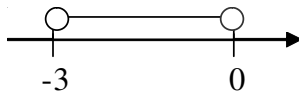
1. Dados subconjuntos: $A =]-\infty; 0[$ e $B =]-3; 10[$.

$$A \cap B =]-\infty; 0[\cap]-3; 10[$$

Recorrendo a resolução gráfica teremos:



Ou simplesmente

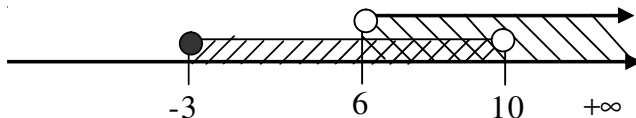


Na forma de intervalos a solução será:

$$A \cap B =]-\infty; 0[\cap]-3; 10[=]-3; 0[$$

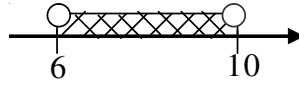
$x \in]-3; 0[$ - É o conjunto que resulta da intersecção dos dois subconjuntos dados, formado pelos elementos que pertencem a ambos simultaneamente.

3. b) $\checkmark$ $[-3; 10[\cap]6; +\infty[=]6; 10[$. Caro aluno, para melhor perceber como chegar a esta escolha. Vamos representar graficamente a operação.



No intervalo de 6 a 10, observa-se a formação de uma malha. Isto significa que é a parte da intersecção dos dois subconjuntos e corresponde ao conjunto solução.

Na forma gráfica:



E na forma de intervalos: $x \in]6;10[$. O que corresponde a solução escolhida.

4. a) $A \cap B =]0;2]$
 b) $A \cap C =]-1;2]$
 c) $B \cap C =]0;4,5]$



Caro aluno, de certeza que seguiu atentamente a explicação nos dois exemplos e realizou a actividade de fixação apresentadas.

Caso não tenha compreendido. Volte á leitura do texto e á resolução da actividade de fixação, até que se sinta em altura de resolver os exrercícios que lhe propomos a seguir.



EXERCÍCIOS

1. Marque com um **V** a igualdade certa e com **F** a errada, as operações de interseção que se seguem.

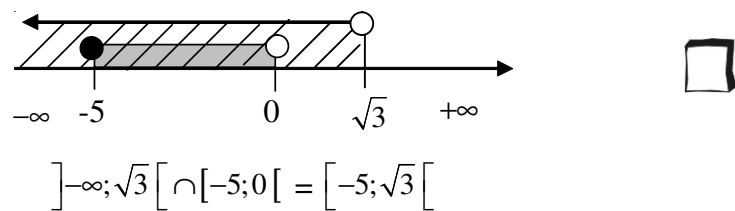
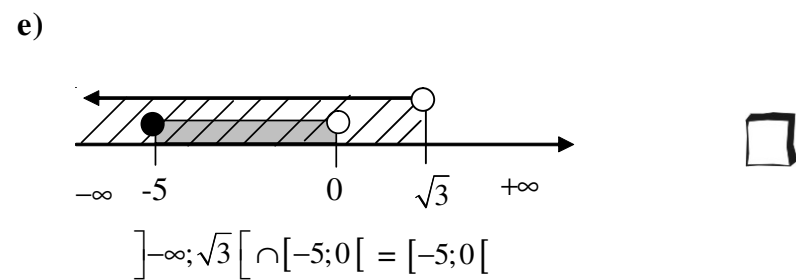
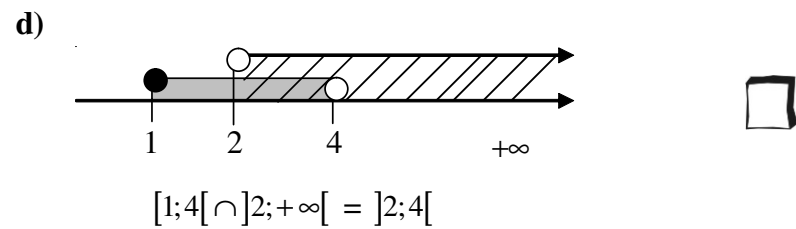
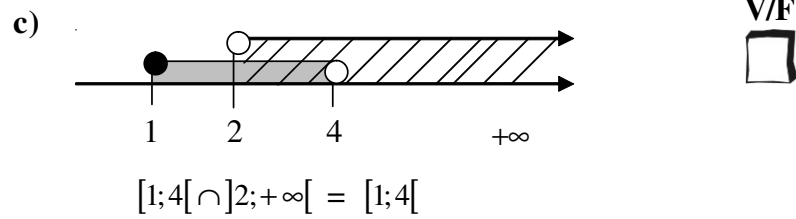
- | | V/F |
|--|--------------------------|
| a) $]-\infty; 2] \cap]-4; 8] =]-4; 2[$ | ☐ |
| b) $]-\infty; 2] \cap]-4; 8] =]-4; 2]$ | ☐ |
| c) $] -5; 6] \cap]3; +\infty[=]3; 6]$ | ☐ |
| d) $] -5; 6] \cap]3; +\infty[= [3; 6[$ | ☐ |

3. Calcule e represente na forma de intervalos a solução da operação.

- a) $] -1; +\infty[\cap]2; 4[$
- b) $\left[-\frac{1}{2}; 4\right[\cap \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$

2. Considerando a igualdade da representação gráfica e por intervalos. Marca com um **V** as proposições verdadeiras e um **F** as falsas.

- a)
-
- $] -1; +\infty[\cap]3; +\infty[=]3; +\infty[$
- V/F ☐
- b)
-
- $] -1; +\infty[\cap]3; +\infty[=]-1; 3[$
- ☐



Caro aluno, depois de ter resolvido os exercícios propostos. Agora compare as suas respostas com as da chave de correcção que lhe fornecemos a seguir. Caso tenha errado na resolução de algum exercício volte ao estudo do texto, até que acerte em todos.



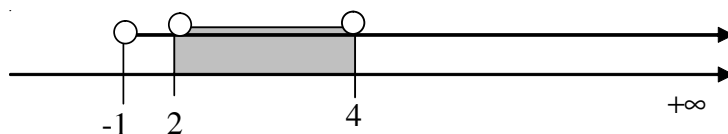
CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; b) F; c) V; d) F

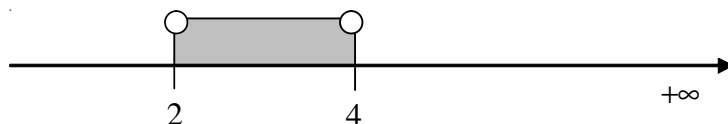
Caro aluno, para facilitar a escolha do valor lógico verdadeiro, pode se apoiar com a representação das operações no eixo real.

2. a) $] -1; +\infty[\cap] 2; 4[$

Como dissemos nos exemplos anteriores é mais fácil começar por representar graficamente; assim temos:



A solução será:



E sob forma de intervalos teremos:

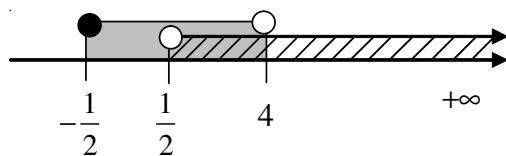
$$]-1; +\infty[\cap] 2; 4[=] 2; 4[$$

O conjunto solução é: $x \in] 2; 4[$

Ótimo! Foi muito fácil. Continue assim.

b) $\left[-\frac{1}{2}; 4 \right[\cap \left[\frac{1}{2}; +\infty \right[$

Da mesma maneira como no exercício anterior. Representamos primeiro graficamente.



E sob forma de intervalos teremos:

$$\left[-\frac{1}{2}; 4\right[\cap \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[= \left[\frac{1}{2}; 4\right[$$

3. a)

$$]-1; +\infty[\cap]3; +\infty[=]3; +\infty[\text{ V}$$

b)

$$]-1; +\infty[\cap]3; +\infty[=]-1; 3[\text{ F}$$

c)

$$[1; 4[\cap]2; +\infty[= [1; 4[\text{ F}$$

d)

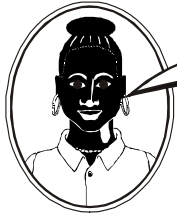
$$[1; 4[\cap]2; +\infty[=]2; 4[\text{ V}$$

e)

$$]-\infty; \sqrt{3}[\cap [-5; 0[= [-5; 0[\text{ V}$$

f)

$$]-\infty; \sqrt{3}[\cap [-5; 0[= [-5; \sqrt{3}[\text{ F}$$



Caro aluno, de certeza resolveu os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!
Se falhou em algum volte a rever esta lição ou estude com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- ⇒ Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- ⇒ Ambos querem ter relações sexuais?
- ⇒ Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

9

Operações com Intervalos - Reunião e Intersecção

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- ✂ Efetuar operações com intervalos numéricos de intersecção;
- ✂ Ler e representar intervalos numéricos soluções de operações de intersecção.

Material necessário de apoio

- ✂ Régua, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

🕒 60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 9ª lição do módulo 1 de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha percebido bem a última lição, onde falamos da intersecção de conjuntos, representados na forma de intervalos limitados e ilimitados. Nesta lição vamos ainda realizar operações com conjuntos. O objectivo fundamental é rever e aprofundar os seus conhecimentos adquiridos sobre as operações de reunião e intersecção.

Caro aluno, aplique-se mais! Esta é a última lição sobre as operações com conjuntos. Deve resolver todos os exercícios com sucesso.

Caro aluno, vai realizar mais exercícios, como forma de rever e aplicar os seus conhecimentos.



Bom aluno! Está recordado que nas últimas duas lições aprendeu como encontrar o conjunto solução da união e o da intersecção de dois conjuntos. Então presta atenção aos exercícios de revisão que seguem.

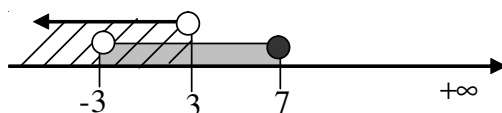


FAZENDO REVISÕES...

1. Considere os subconjuntos $A =]-3; 7]$ e $B =]-\infty; 3[$.

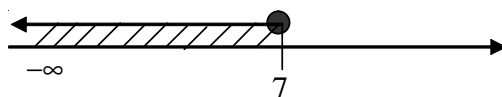
Encontre o conjunto solução de: $A \cup B$

Sendo assim, já sabes que temos que representar os dois subconjuntos no mesmo eixo real. Deste modo temos:



A solução é visualiza no próprio eixo, como deve estar recordado reunir é juntar, é indicar os elementos de A e B. Assim reunindo os dois subconjuntos obteremos como solução os números reais no intervalo de $-\infty$ a 7 (incluindo o extremo superior).

Graficamente a solução obtemos:



Sob forma de intervalo teremos:

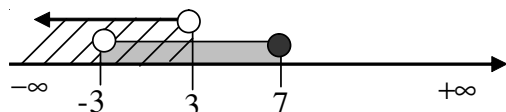
$$A \cup B =]-3; 7] \cup]-\infty; 3[=]-\infty; 7]$$

Solução: $x \in]-\infty; 7]$

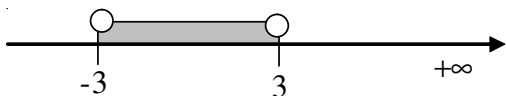
2. Dados os intervalos do exercício anterior: $A =]-3; 7]$ e $B =]-\infty; 3[$.

Encontre: $A \cap B$

Caro aluno, como você sabe vamos representar os dois conjuntos no mesmo eixo real, assim temos:



- ☒ Encontrar os elementos comuns de ambos intervalos dados.
- ☒ Visualizar graficamente o conjunto solução, como se mostra a seguir.



E sob forma de intervalos teremos:

$$A \cap B =]-3; 7] \cap]-\infty; 3[=]-3; 3[$$

Solução: $x \in]-3; 3]$

Caro aluno, antes de prosseguir com o seu estudo.



TOME NOTA...

- $\subset$ - Significa: Está contido em.
- $\supset$ - Significa: Contém.
- $\not\subset$ - Significa: Não está contido em.
- $\in$ - Significa: Pertence.
- $\notin$ - Significa: Não pertence.

Muito bem! Caro aluno. A seguir resolve os exercícios.



EXERCÍCIOS

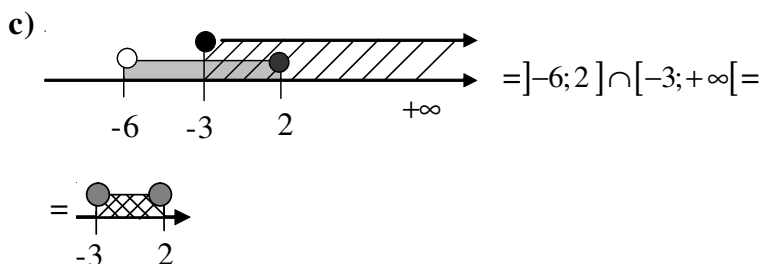
1. Assinale com **V** as proposições verdadeira e com **F** as proposições falsas.

a) $] -6; 2] \cap [-3; +\infty [= [-3; 2]$

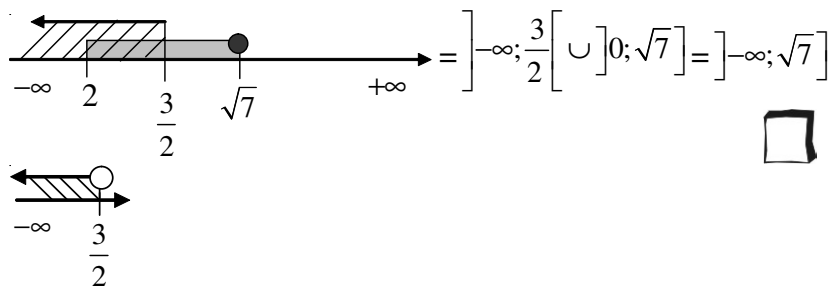
V/F

☐

b) $] -6; 2] \cap [-3; +\infty [= [-3; +\infty [$

☐

☐

d)


☐

e) $] -\infty; \frac{3}{2}] \cup [0; \sqrt{7}] =] 0; \frac{3}{2} [$

☐

f) $] -\infty; \frac{3}{2}] \cup [0; \sqrt{7}] =] -\infty; \sqrt{7}]$

☐

2. Assinale com um ✓ apenas as proposições verdadeiras.

- a) $\mathbb{R}^- \cup \mathbb{R}^+ = \mathbb{R}$ ☒
- b) $\mathbb{R}_0^- \cup \mathbb{R}^+ = \mathbb{R}$ ☐
- c) $\mathbb{N} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R}$ ☐
- d) $\mathbb{N} \cap \mathbb{R} = \mathbb{N}$ ☐
- e) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{R}^+ = \mathbb{Z}^+$ ☐
- f) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{Z}$ ☐

3. Efectue as operações com os conjuntos e representa as soluções no eixo real.

- a) $]-\infty; 2[\cap]1; +\infty[$
- b) $]7; +\infty[\cup]-3; 11]$
- c) $]3; 7] \cap [7; 10[$
- d) $]-\infty; 0[\cup]-3; 10[$

4. Complete as proposições de modo que sejam verdadeiras, usa os símbolos $\in, \notin, \subset, \not\subset$ e $=$.

- a) $1 \text{ --- }]-2; 10]$
- b) $] -\infty; \frac{1}{2}[\text{ --- } \mathbb{R}^-$
- c) $\mathbb{R}_0^+ \text{ --- } [0; +\infty[$

d) $4 \text{ ___ } [1; 4[$

e) $]1; 4[\text{ ___ } [1; 4[$

f) $[1; 4[\text{ ___ }]1; 4[$

5. Marque com um ✓ apenas as proposições verdadeiras:

a) $5 \in]-2; 5]$



b) $5 \supset]-2; 5]$



c) $\frac{5}{3} \in [-1; 4[$



d) $\frac{5}{3} \notin [-1; 4[$

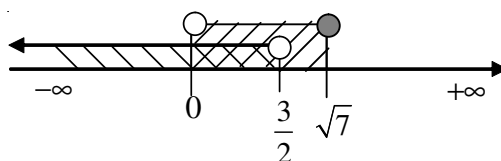


Depois de ter resolvido todos os exercícios, compare as suas respostas com a chave de correcção que lhe apresentamos a seguir.



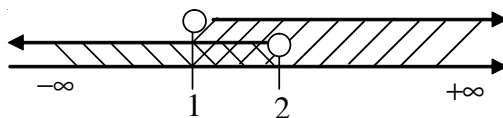
CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V. Porque representando graficamente, vê-se que a malha (intersecção) forma-se no intervalo $[-3; 2]$, fechado em ambos extremos;
- b) F;
- c) V. É válida a explicação dada na alínea a) desta pergunta;
- d) V. Como se trata de reunião de dois subconjuntos, vê-se através da representação gráfica que o novo conjunto é formado pelos elementos definidos pelo intervalo $]-\infty; \sqrt{7}]$;
- e) F
- f) V. Tal como na alínea anterior, aqui se trata de uma operação de reunião de dois subconjuntos. E para efectuar facilmente esta operação pode se representar graficamente. E daí poder decidir sobre a escolha do sinal lógico.

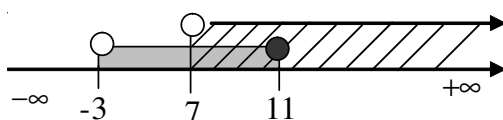


2. b) ✓; d) ✓ e e) ✓.

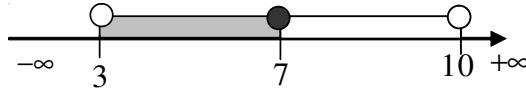
3. a) $]-\infty; 2[\cap]1; +\infty[=]1; 2[$, de acordo com a resolução gráfica:



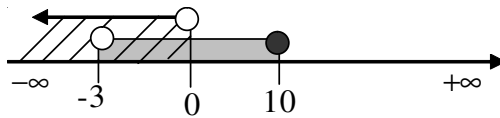
b) $]7; +\infty[\cup]-3; 11] =]-3; +\infty[$, de acordo com a resolução gráfica:



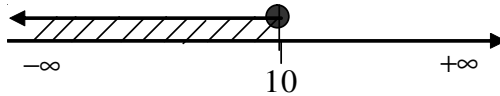
c) $]3;7] \cap [7;10[= \{7\}$, conforme nos mostra a resolução gráfica:



d) $] -\infty; 0[\cup] -3; 10[=] -\infty; 10[$



Concluindo teremos:



Na forma de intervalos temos: $] -\infty; 10[$.

4. a) $1 \in] -2; 10[$. Porque é um dos elementos do subconjunto.

b) $] -\infty; \frac{1}{2}[\not\subset \mathbb{R}^-$. Porque no subconjunto $] -\infty; \frac{1}{2}[$ existem elementos que não pertencem ao subconjunto $\mathbb{R}^-$.

c) $\mathbb{R}_0^+ = [0; +\infty[$. É o mesmo subconjunto a diferença está na representação, $\mathbb{R}_0^+$ é uma representação por extensão enquanto que $[0; +\infty[$ é representação sob forma de intervalos.

d) $4 \notin [1; 4[$. Não pertence ao intervalo, porque o extremo superior é aberto.

e) $]1; 4[\subset [1; 4[$. Porque $]1; 4[$ está contido em $[1; 4[$, visto que neste último intervalo o extremo inferior está fechado.

f) $]1; 4[\not\subset [1; 4[$. Porque $1 \in [1; 4[$ e $1 \notin]1; 4[$.

5. a) ✓

c) ✓. Porque no intervalo $\frac{5}{3} \in [-1; 4[$, $\frac{5}{3} = 1,6(6)$ e este número pertence ao $[-1; 4[$.



Caro aluno, de certeza acabou de resolver os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se errou em algum exercício reestude a lição ou procure estudar com um colega.

Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

A Cólera

A **cólera** é uma doença que provoca muita **diarreia, vômitos e dores de estômago**. Ela é causada por um micróbio chamado vibrião colérico. Esta doença ainda existe em Moçambique e é a causa de muitas mortes no nosso País.

Como se manifesta?

O **sinal mais importante** da cólera é uma **diarreia** onde as fezes se parecem com água de arroz. Esta diarreia é frequentemente acompanhada de dores de estômago e vômitos.

Pode-se apanhar cólera se:

- Beber água contaminada.
- Comer alimentos contaminados pela água ou pelas mãos sujas de doentes com cólera.
- Tiver contacto com moscas que podem transportar os vibriões coléricos apanhados nas fezes de pessoas doentes.
- Utilizar latrinas mal-conservadas.
- Não cumprir com as regras de higiene pessoal.

Como evitar a cólera?

- Tomar banho todos os dias com água limpa e sabão.
- Lavar a roupa com água e sabão e secá-la ao sol.
- Lavar as mãos antes de comer qualquer alimento.
- Lavar as mãos depois de usar a latrina.
- Lavar os alimentos antes de os preparar.
- Lavar as mãos depois de trocar a fralda do bebé.
- Lavar as mãos depois de pegar em lixo.
- Manter a casa sempre limpa e asseada todos os dias.
- Usar água limpa para beber, fervida ou tratada com lixívia ou javel.
- Não tomar banho nos charcos, nas valas de drenagem ou água dos esgotos.

10

Resolução de Inequações lineares

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- ⌘ Resolver inequações lineares;
- ⌘ Representar o resultado nas três formas (intervalo, chavetas e gráfica).

Material necessário de apoio

- ⌘ Régua, lápis e borracha.
- ⌘ Módulo 2 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

🕒 60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 10ª lição do módulo 1 de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha percebido bem as lições anteriores. Porque nesta lição vai usar esses conhecimentos, ao resolver inequações lineares. Vai aprender a resolver as inequações lineares, representar as soluções sob forma de intervalos, chaveta e graficamente (vice-versa).

Por outro lado é necessário recordar-se da resolução de equações do 1º grau, os respectivos princípios de equivalência, estudados no módulo 2 de Matemática 8ª classe.

Por essa razão começaremos o estudo desta lição fazendo uma breve revisão sobre a resolução de equações lineares.

Bom, para facilitar a compreensão desta lição, vamos primeiro recordar como se resolvem as equações do primeiro grau resolvendo alguns exercícios de revisão.



FAZENDO REVISÕES...

Como deve estar recordado uma equação é uma expressão designatória ou expressões designatórias, formada por dois membros separadas pelo sinal de igualdade; por exemplo, pode se observar:

$$\underbrace{2x + 1}_{1^{\circ} \text{ membro}} = \underbrace{x + 2}_{2^{\circ} \text{ membro}}$$

$$2x + 1 = x + 2$$

Diagram illustrating the components of the equation $2x + 1 = x + 2$:

- Coeficiente**: Points to the 2 in $2x$.
- Variáveis**: Points to the x in $2x$.
- Termos independentes**: Points to the 1 in $2x + 1$ and the 2 in $x + 2$.

Por exemplo para resolver a equação: $2x + 1 = x + 2$, temos que passar os termos em x para o primeiro membro e os termos independentes para o segundo (**que é um dos princípios de equivalência**), e não esqueça que quando um termo muda de membro muda também de sinal. Assim sendo teremos:

$\Leftrightarrow$

Resolve os exercícios que se seguem:



Caro aluno, depois de ter acompanhado a explicação sobre equação linear; resolve os exercícios que se seguem.

Caro aluno, agora resolve os exercícios que se seguem como forma de rever os teus conhecimentos sobre equações lineares.



EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ as proposições verdadeiras, em relação às equivalências das equações a seguir.

a) $2x+4=3 \quad x=$



b) $2x+4=3 \Leftrightarrow x=\frac{7}{2}$



c) $4x+10=x \Leftrightarrow x=-\frac{10}{3}$



d) $4x+10=x \Leftrightarrow x=2$



2. Assinale com um ✓ as afirmações verdadeiras.

a) $]-\infty;5[= \{x \in \mathbb{R} : x < 5\}$



b)



c)



d)



3. Representa no eixo real:

a) $[1; +\infty[$

b) $] -\infty; +\infty[$

c) $] -\infty; -10]$

Caro aluno depois de teres resolvido os exercícios acima como forma de revisão. Compare os seus resultados, com os que a seguir lhe apresentamos na chave de correcção.



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) ✓ ; c) ✓.

2. a) ✓ ; c) ✓.

3. a) $[1; +\infty[$ =

b) $] -\infty; +\infty[$ =

c) $] -\infty; -10]$ =

Definição



Inequação é uma desigualdade que só é verdadeira para certos valores que as variáveis, tomarem.

Exemplo 1

Ora vejamos a seguinte inequação: $x - 8 < 2$, é uma inequação linear (inequação do 1º grau).

Então, como resolver esta inequação?

1º passo:

Primeiro temos que passar o termo independente do primeiro membro para o segundo membro; devendo mudar de sinal imediatamente; como deve estar recordado quando aprendeu as equações lineares no 2º Módulo da 8ª classe.

Sendo assim, teremos:

2º passo:

Reduzir os termos semelhantes, neste caso os independentes:

$x < 10$ Adicionamos (2 e 8).

3º passo:

Representar a solução na forma de intervalos, chavetas ou no eixo real.

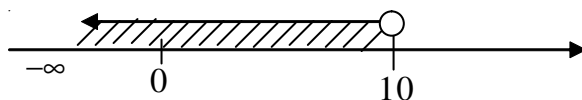
Na forma de intervalos fica:

$x \in]-\infty; 10[$. É necessário recordar que os intervalos estão abertos daí que o extremo inferior ($-\infty$) não está definido e o extremo superior (10) se exclui do subconjunto porque o intervalo é aberto.

✂ Na forma de chavetas fica:

$$\{x \in \mathbb{R} : x < 10\}$$

✂ E no eixo real fica:



A bola não está sombreada porque não se inclui o 10, isto é, o intervalo é aberto.

Exemplo 2

Como resolver a inequação: $\frac{1}{2} \leq 5 - 2x$

$$\frac{1}{2} \leq \frac{5}{1} - \frac{2x}{1} \Rightarrow 1 \leq 10 - 4x$$

(1) (2) (2)

Calcular o m.m.c., e desembaraçar os denominadores.

$$4x \leq 10 - 1 \Rightarrow 4x \leq 9 \Rightarrow x \leq \frac{9}{4}$$

Passar o termo independente para o 2º membro, e o termo em x para o 1º membro.

Agora representamos a solução na forma de **intervalos**, **chavetas** ou no **eixo real**.

Caro aluno, sempre que se resolve uma inequação podemos apresentar a solução nos três formas.

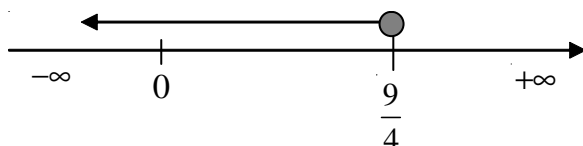
Na forma de intervalos:

$$x \in \left] -\infty; \frac{9}{4} \right]$$

Na forma de chavetas:

$$\left\{ x \in \mathbb{R} : x \leq \frac{9}{4} \right\}$$

No eixo real fica:



A bola está sombreada porque se inclui o extremo $\frac{9}{4}$, isto é, o intervalo é fechado.

Então, amigo aluno! Percebeu a explicação dada? Acreditamos que sim.

Assim, convidámo-lo a resolver os exercícios a seguir.



EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ as proposições verdadeiras. Em relação às das inequações e as respectivas soluções. E justifique a sua opção.

a) $3x > -6$



b) $\frac{3x}{4} > -26 \Rightarrow x < -2$



c) $\frac{x}{2} \geq \frac{3}{5} \Rightarrow x \geq \frac{6}{5}$



d) $\frac{x}{2} \geq \frac{3}{5} \Rightarrow x \leq \frac{6}{5}$



e) $2 - 3(x - 1) < 1 - 5x \Rightarrow x > -2$



f) $2 - 3(x - 1) < 1 - 5x \Rightarrow x < -2$



2. Resolva as inequações e represente a solução na forma de intervalos:

a) $5 \cdot (y-1) > \frac{1}{3}$

b) $\frac{2-x}{3} \leq 4$

c) $\frac{1}{3} - \frac{z-2}{2} < 4$

d) $2x - \frac{5}{3} \geq 1 + \frac{1}{2}x$

3. Marque com **V** as porposições verdadeiras e com **F** as afirmações, as igualdades.

a) $\frac{3}{2}(2x+3) < \frac{2}{3}x+10 = \left\{ x \in R : x < \frac{33}{14} \right\}$ **V/F**
☐

b) $\frac{3}{2}(2x+3) < \frac{2}{3}x+10 = \left\{ x \in R : x > \frac{33}{14} \right\}$ ☐



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) ✓. Porque $3x > -6$

$$\Leftrightarrow x > -\frac{6}{3}$$

$$\Leftrightarrow x > -2$$

c) ✓. Porque $\frac{x}{2} \geq \frac{3}{5} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{6}{5}$$

f) ✓ . Porque $2 - 3(x-1) < 1 - 5x$

$$\Leftrightarrow 2x < 1 - 5$$

$$\Leftrightarrow 2x < -4$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{-4}{2}$$

$$\Leftrightarrow x < -2$$

2. a) $5 \bullet (y-1) > \frac{1}{3}$

$$\Leftrightarrow 15y - 15 > 1$$

$$\Leftrightarrow 15y > 1 + 15$$

$$\Leftrightarrow 15y > 16$$

$$\Leftrightarrow y > \frac{16}{15}$$

E na forma de intervalos fica:

$$\Leftrightarrow 3,3 \bullet 3,1 < 5 \bullet 3 - 2$$

Solução: $y \in \left] \frac{16}{15}; +\infty \right[$

b) $\frac{2-x}{3} \leq 4$

$$\Leftrightarrow \frac{2-x}{3} \leq \frac{4}{1} \quad \left(\begin{smallmatrix} (1) \\ (3) \end{smallmatrix} \right)$$

Calcula-se o m.m.c

$$\Leftrightarrow 2 - x \leq 12$$

$$\Leftrightarrow -x \leq 12 - 2$$

$$\Leftrightarrow (-1) - x \leq 10$$

$$\Leftrightarrow x \geq -10$$

Porque a variável não deve ter o sinal negativo, daí que é necessário multiplicar com um número negativo de modo a fazer desaparecer o sinal negativo (pela regra de multiplicação de sinais). E quando isso acontece, muda-se a posição do sinal da desigualdade.

Solução: $x \in [-10; +\infty[$

c) $\frac{1}{3} - \frac{z-2}{2} < 4$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\underset{(2)}{3}} - \frac{z-2}{\underset{(3)}{2}} < \frac{4}{\underset{(6)}{1}}$$

Calcula-se o m.m.c

$$\Leftrightarrow 2 - 3z + 6 < 24$$

$$\Leftrightarrow -3z < 24 - 6 - 2$$

$$\Leftrightarrow -3z < 16$$

$$\Leftrightarrow (-1) - 3z < 16$$

$$\Leftrightarrow 3z > -16$$

$$\Leftrightarrow z > \frac{-16}{3}$$

Usa-se o mesmo procedimento que na alínea anterior.

Solução: $x \in \left] -\frac{16}{3}; +\infty \right[$

d) $2x - \frac{5}{3} \geq 1 + \frac{1}{2}x$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{\underset{(6)}{1}} - \frac{5}{\underset{(2)}{3}} \geq \frac{1}{\underset{(6)}{1}} + \frac{1}{\underset{(3)}{2}}x$$

Calcula-se o m.m.c

$$\Leftrightarrow 12x - 10 \geq 6 + 3x$$

$$\Leftrightarrow 12x - 3x \geq 6 + 10$$

$$\Leftrightarrow 9x \geq 16$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{16}{9}$$

Solução: $x \in \left[\frac{16}{9}; +\infty \right[$

3. a) V. Porque $\frac{3}{2}(2x+3) < \frac{2}{3}x+10 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{6x}{\underset{(3)}{2}} + \frac{9}{\underset{(3)}{2}} < \frac{2}{\underset{(2)}{3}}x + \frac{10}{\underset{(6)}{1}}$$

$$\Leftrightarrow 18x + 27 < 4x + 60$$

$$\Leftrightarrow 18x - 4x < 60 - 27$$

$$\Leftrightarrow 14x < 33$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{33}{14}$$

Aplicou-se a propriedade distributiva

Daí que: $\left\{ x \in \mathbb{R} : x < \frac{33}{14} \right\}$

b) F

$$\frac{6x}{2} + \frac{9}{2} < \frac{2}{3}x + 10$$



Caro aluno, de certeza acabou de resolver os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se errou em algum, volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.

Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A CÓLERA

A **cólera** é uma doença que provoca muita **diarreia, vômitos e dores de estômago**. Ela é causada por um micróbio chamado vibrião colérico. Esta doença ainda existe em Moçambique e é a causa de muitas mortes no nosso País.

Como se manifesta?

O **sinal mais importante** da cólera é uma **diarreia** onde as fezes se parecem com água de arroz. Esta diarreia é frequentemente acompanhada de dores de estômago e vômitos.

Pode-se apanhar cólera se:

- Beber água contaminada.
- Comer alimentos contaminados pela água ou pelas mãos sujas de doentes com cólera.
- Tiver contacto com moscas que podem transportar os vibriões coléricos apanhados nas fezes de pessoas doentes.
- Utilizar latrinas mal-conservadas.
- Não cumprir com as regras de higiene pessoal.

Como evitar a cólera?

- Tomar banho todos os dias com água limpa e sabão.
- Lavar a roupa com água e sabão e secá-la ao sol.
- Lavar as mãos antes de comer qualquer alimento.
- Lavar as mãos depois de usar a latrina.
- Lavar os alimentos antes de os preparar.
- Lavar as mãos depois de trocar a fralda do bebé.
- Lavar as mãos depois de pegar em lixo.
- Manter a casa sempre limpa e asseada todos os dias.
- Usar água limpa para beber, fervida ou tratada com lixívia ou javel.
- Não tomar banho nos charcos, nas valas de drenagem ou água dos esgotos.

11

Resolução de Inequações Lineares-Continuação

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- ☒ Resolver inequações lineares;
- ☒ Aplicar princípios de equivalências na resolução de inequações lineares.

Material necessário de apoio

- ☒ Régua, lápis e borracha.
- ☒ Modulo 2 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

🕒 90 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 11ª lição do módulo 1 de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha percebido as últimas lições. Porque nesta lição vai usar estes conhecimentos ao resolver inequações lineares; e para isso é importante o domínio da representação de intervalos limitados e ilimitados, nas três formas (chavetas, eixo real e intervalos). Por outro lado é necessário recordar os princípios de equivalência estudados na 8ª classe; módulo 2 sobre equações lineares.

Nesta lição terá a oportunidade de mais uma vez resolver inequações lineares, como forma de consolidar e aplicar os conhecimentos sobre a representação de soluções de inequações através de intervalos, chavetas e graficamente.

Para isso começaremos o estudo desta lição fazendo uma breve revisão.



FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, pedimos que se recorde do que estudou nas lições anteriores resolvendo a actividade.



ACTIVIDADE

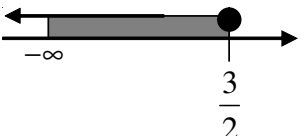
1. Marque com **V** as proposições verdadeiras e **F** as proposições falsas.

a) $4x+10 > x \Leftrightarrow 3x > -10 \Leftrightarrow x = -\frac{10}{3}$

V/F
☐

b) $4x+10 > x \Leftrightarrow 3x = -10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$

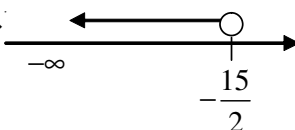
☐

c) $\frac{2}{3}x+2 \geq 2x \Leftrightarrow$  $\Leftrightarrow]-\infty; \frac{3}{2}]$

☐

d) $\frac{2}{3}x+2 \geq 2x \Leftrightarrow]-\infty; +\infty]$

☐

e) $-2\frac{x}{3}+3x > 4x+3 \Leftrightarrow$  $\Leftrightarrow]-\infty; \frac{15}{2}[$

☐

f) $-2\frac{x}{3}+3x > 4x+3 \Leftrightarrow]-\infty; +\infty[$

☐



Caro aluno, depois de ter resolvido a actividade de revisão. Compare as suas respostas, com a chave de correcção.



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V. Porque $4x+10>x \Leftrightarrow 3x>-10$

$$\Leftrightarrow x > -\frac{10}{3}$$

- b) F

- c) V. Porque $\frac{2}{3}x+2 \geq 2x \Leftrightarrow \frac{2}{3}x + \frac{2}{1} \geq \frac{2x}{1}$

$$\Leftrightarrow 2x+6 \geq 6x$$

$$\Leftrightarrow 2x-6x \geq -6$$

$$\Leftrightarrow (-4)x \geq -6$$

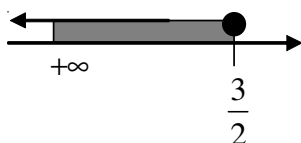
$$\Leftrightarrow 4x \leq 6$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{6}{4}$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{3}{2}$$

Passa-se para o segundo membro o termo independente. Depois isola-se o coeficiente.

E graficamente verifica-se a mesma condição:



Na forma de intervalos é:

$$x \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$$

d) F

e) V. Porque $-2\frac{x}{3} + 3x > 4x + 3 \Leftrightarrow \frac{x-6}{3} + 3x > 4x + 3$

$$\Leftrightarrow x - 6 + 9x > 12x + 9$$

$$\Leftrightarrow x + 9x - 12x > +9 + 6$$

$$\Leftrightarrow 10x - 12x > 15$$

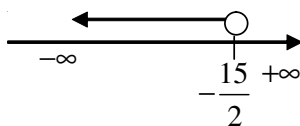
$$\Leftrightarrow (-1) - 2x > 15$$

$$\Leftrightarrow 2x < -15$$

$$\Leftrightarrow x < -\frac{15}{2}$$

Transformar a fracção mista. Calcular o m.m.c.

E esta representação corresponde a representação gráfica.



f) F

Depois segue atentamente o exemplo e a actividade que lhe sugerimos, que também tem como objectivo rever os conhecimentos sobre equações lineares, de modo a perceber com facilidade esta lição.

Caro aluno vamos falar sobre o significado da **solução de uma equação linear e conceito de equação equivalente**.

Deve se recordar que:

Solução de uma equação é um valor, ou conjunto de valores, que transformam a equação numa igualdade verdadeira.

E por outro lado sabemos que:

Equações equivalentes são aquelas que têm o mesmo conjunto solução.

Exemplo 1

Sejam as equações:

$$\text{a)} \quad 7x - \frac{1}{3} = \frac{23}{3} \quad \text{e} \quad \text{b)} \quad x - \frac{x-2x}{3} = \frac{x}{2} + 1$$

Para verificarmos se as equações dadas são equivalentes ou não.

Devemos determinar o valor de x que satisfaz cada uma das equações.

Assim:

$$\text{a)} \quad 7x - \frac{1}{3} = \frac{23}{3}$$

$$\Leftrightarrow 7x = \frac{23}{3} + \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow 7x = \frac{24}{3}$$

$$\Leftrightarrow 7x = 8$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8}{7}$$

$$\text{b)} \quad x - \frac{1-2x}{3} = \frac{x}{2} + 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\frac{1}{(6)}} - \frac{1-2x}{\frac{3}{(2)}} = \frac{x}{\frac{2}{(3)}} + \frac{1}{\frac{1}{(6)}}$$

$$\Leftrightarrow 6x - (2 - 4x) = 3x + 6$$

$$\Leftrightarrow 6x - 2 + 4x = 3x + 6$$

$$\Leftrightarrow 10x - 3x = 6 + 2$$

$$\Leftrightarrow 7x = 8$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8}{7}$$

Como se pode, ver as duas equações têm a mesma solução, logo são equivalentes.

Pode se afirmar que:

$$\text{a)} \Leftrightarrow \text{b)}$$

Agora acompanhe atentamente a actividade que se segue.



ACTIVIDADE

1. Assinale com um $\checkmark$ as equações equivalentes. E justifique a sua opção.

i) $A = 0, 2x - 1 = \frac{x-2}{2}$



ii) $B = x + 7 = \frac{x}{2} + \frac{21}{3}$



iii) $C = \frac{2-x}{2} - \frac{x+2}{4} = 1$



Caro aluno depois de ter resolvido a actividade sugeridas acima, compare os seus resultados, com os que a seguir lhe apresentamos na chave de correcção.



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. As equações A e B são equivalentes. Porque tem a mesma solução.

$$A = 0, 2x - 1 = \frac{x-2}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{10} - \frac{1}{10} = \frac{x-2}{2} \quad \begin{matrix} (1) & (10) & (5) \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow 2x - 10 = 5x - 10$$

$$\Leftrightarrow 2x - 5x = -10 + 10$$

$$\Leftrightarrow -3x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

$$B = x + 7 = \frac{x}{2} + \frac{21}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{1} + \frac{7}{1} = \frac{x}{2} + \frac{21}{3} \quad \begin{matrix} (6) & (6) & (3) & (2) \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow 6x + 42 = 3x + 42$$

$$\Leftrightarrow 6x - 3x = 42 - 42$$

$$\Leftrightarrow 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

Caro aluno, depois resolve os exercícios que se seguem, que ainda tem como objectivos fazer a revisão dos conhecimentos que estudou nas últimas lições e mesmo na 8ª classe.



EXERCÍCIOS

1. a) Faz corresponder por letras as equações equivalentes.

A: $2x+1=x+2$

B: $\frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = \frac{x}{2}$

C: $\frac{2-x}{3} - \frac{x-2}{2} = x$

I: $2x-x=2-1$

II: $\frac{3}{2}x - \frac{x}{2} = \frac{1}{4}$

III: $4-2x-3x+6=6x$

- b) Mostra através da resolução porque essas equações são equivalentes.



Caro aluno depois de ter resolvido os exercícios de revisão, compare os seus resultados, com a chave de correcção.



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $A \Leftrightarrow I$; $B \Leftrightarrow II$; $C \Leftrightarrow III$.

b) São equivalentes.

$$A: 2x+1=x+2 \quad I: 2x-x=2-1$$

$$A: 2x-x=+2-1 \quad I: 2x-x=2-1$$

$$A: x=1 \quad I: x=1$$

$A: 2x+1=x+2 \rightarrow I: 2x-x=2-1$. Porque ambas equações tem o mesmo conjunto solução.

$$B: \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = \frac{x}{2} \quad II: \frac{3}{2}x - \frac{x}{2} = \frac{1}{4}$$

$$B: 6x-1=2x \quad II: 6x-2x=1$$

$$B: 6x-2x=1 \quad II: 6x-2x=1$$

$$B: 4x=1 \quad II: 4x=1$$

$$B: x = \frac{1}{4} \quad II: x = \frac{1}{4}$$

$B: \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = \frac{x}{2} \rightarrow II: \frac{3}{2}x - \frac{x}{2} = \frac{1}{4}$. Porque ambas equações tem o mesmo conjunto solução.

$$C: \frac{2-x}{3} - \frac{x-2}{2} = x \quad III: 4-2x-3x+6=6x$$

$$C: \frac{2-x}{3} - \frac{x-2}{2} = \frac{x}{6} \quad III: 4-2x-3x+6=6x$$

$$C: 4-2x-3x+6=6x \quad III: 4-2x-3x+6=6x$$

$$C: (-1)-5x-6x=-10 \quad III: (-1)-5x-6x=-10$$

$$C: 11x=10 \quad III: 11x=10$$

$$C: x = \frac{10}{11} \quad III: x = \frac{10}{11}$$

$C: \frac{2-x}{3} - \frac{x-2}{2} = x \rightarrow III: 4-2x-3x+6=6x$. Porque ambas equações tem o mesmo conjunto solução.



Caro aluno, passamos ao estudo dos princípios de equivalência. Preste atenção.

Princípios de equivalência de inequações lineares

Poderemos ter inequações equivalentes se:

- 1º. Substituímos um dos membros da inequação por uma expressão equivalente.
- 2º. Adicionarmos a ambos membros da inequação o mesmo número.
- 3º. Multiplicarmos ambos membros da inequação pelo mesmo número positivo.
- 4º. Multiplicarmos ambos membros da inequação pelo mesmo número negativo e invertermos o sentido à desigualdade.

Exemplo 2

Seja a inequação $x - 7 < 3$; aplicando os princípios de equivalência, resolvermos:

i) $x - 7 < 3$ - pelo princípio:

Adicionarmos a ambos membros da inequação o mesmo número. O resultado não altera.

ii) $x - 7 + 7 < 3 + 7$; pelo princípio:

Substituímos um dos membros da inequação por uma expressão equivalente. O resultado não altera.

iii) $x < 3 + 7$;

Redução dos termos semelhantes

iv) Obtém-se o resultado, o conjunto solução: $x < 10$

FAZENDO RESUMO...

Seja a inequação:

$$x - 5 < 3$$

i) $x - 5 < 3 \Leftrightarrow x - 5 + 5 < 3 + 5$ Princípio 2

ii) $x - 5 + 5 < 3 + 5 \Leftrightarrow x - \cancel{5} + \cancel{5} < 3 + 5 \Leftrightarrow x < 3 + 5$ Princípio 1

iii) $x - 5 + 5 < 5 + 3 \Leftrightarrow x < 8$ - 1º Princípio



TOME NOTA...

Numa solução de inequação cujo resultado é um conjunto vazio $\{\emptyset\}$ chama-se **solução impossível**.

Se nenhum número real verifica simultaneamente ambas inequações de um sistema.

Tome como exemplo das soluções impossíveis que acabamos de afirmar,

Considerando a inequação:

$$\begin{aligned} 3x > 2 + 3x &\Leftrightarrow 3x - 3x > 2 + 3x - 3x \\ &\Leftrightarrow \cancel{3x} - \cancel{3x} > 2 + \cancel{3x} - \cancel{3x} \\ &\Leftrightarrow 0 > 2 \end{aligned}$$

A inequação é impossível, pois não é verdade que zero é maior que dois.

Caro aluno, depois de ter estudado esta lição atentamente, resolve os exercícios que se seguem.



EXERCÍCIOS

1. Assinale com ✓ apenas as proposições verdadeiras que indicam o princípio aplicado nas inequações a) b) e c).

a) $x - 8 < 4$

i) $x - 8 < 4 \Leftrightarrow x - 8 + 8 < 4 + 8$ - 3º Princípio



ii) $x - 8 < 4 \Leftrightarrow x - 8 + 8 < 4 + 8$ - 2º Princípio



iii) $x - 8 < 4 \Leftrightarrow x - 8 + 8 < 4 + 8$ 1º Princípio



iv) $x - 8 < 4 \Leftrightarrow x < 12$ 1º Princípio



iv) $x - 8 < 4 \Leftrightarrow x < 12$ 2º Princípio



b) $2x + 4 \geq 3$

i) $2x + 4 \geq 3 \Leftrightarrow 2x + 4 + 5 \geq 3 + 5$. 1º Princípio



ii) $2x + 4 \geq 3 \Leftrightarrow 2x + 4 + 5 \geq 3 + 5$. 2º Princípio



iii) $2x + 4 \geq 3 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$ 3º Princípio



iv) $2x + 4 \geq 3 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$ 1º Princípio



c) Dada a inequação: $3(x-1) > 2(4+x)$

i) $3(x-1) > 2(4+x) \Leftrightarrow 3x-3+3-3x > 8+2x+3-3x$

2º Princípio.

ii) $3(x-1) > 2(4+x) \Leftrightarrow 3x-3+3-3x > 8+2x+3-3x$

1º Princípio.

iii) $3(x-1) > 2(4+x) \Leftrightarrow x > 11$ 2º Princípio.

iv) $3(x-1) > 2(4+x) \Leftrightarrow x > 11$ 3º Princípio.

2. Aplicando os princípios de equivalência de inequações 1 e 2. Calcule.

a) $x-9 > 5$

b) $2 < 3\left(1-\frac{x}{3}\right)$

c) $\frac{1}{2}-4(a+2) \geq 1$

3. Assinale com um $\checkmark$ a inequação equivalente a inequação $-3x > 3$. E justifique a sua opção.

a) $x > -1$

b) $x > 1$

c) $x < -1$

d) $x < 1$

4. Indique por números os princípios de equivalências usados nas inequações:

a) $\frac{x}{3} < \frac{6x-3}{3} \Leftrightarrow x < 6x-3$

b) $x < 6x-3 \Leftrightarrow x-6x < -3$

c) $-5x < -3 \Leftrightarrow x > \frac{3}{5}$

5. Resolva as inequações

a) $-\frac{x}{2} > -5$

b) $\frac{1}{3} - \frac{x}{2} < x+1$

c) $0,2x - \frac{3}{5} < 2(x+0,3)$



Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exercícios propostos, procure compare os seus resultados com chave de correcção que lhe apresentamos a seguir.



CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a. ii)

iv)

b. ii)

iv)

c. ii) $3(x-1) > 2(4+x) \Leftrightarrow 3x-3+3-3x > 8+2x+3-3x$

1º Princípio

iii) $3(x-1) > 2(4+x) \Leftrightarrow x > 11$ 2º Princípio

iv) $3(x-1) > 2(4+x) \Leftrightarrow x > 11$ 2º Princípio

Para as alíneas **iii)** e **iv)** é possível aplicar estes princípios e chegar a este resultado.

2. Aplicando os princípios de equivalência de inequações 1º e 2º teremos:

a) $x-9 > 5 \Leftrightarrow x-\cancel{9}+\cancel{9} > 5+9$

$$\Leftrightarrow x > 5+9$$

$$\Leftrightarrow x > 14$$

b) $2 < 3\left(1-\frac{x}{3}\right) \Leftrightarrow 2 < 3-x$

$$\Leftrightarrow 2+x < 3-\cancel{x}+\cancel{x}$$

$$\Leftrightarrow \cancel{2}+x-\cancel{2} < 3-2$$

$$\Leftrightarrow x < 1$$

c) $\frac{1}{2}-4(a+2) \geq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}-4(a+2) \geq 1$

$$\Leftrightarrow 1-8(a+2) \geq 2$$

$$\Leftrightarrow 1-8a-16+16 \geq 2+16$$

$$\Leftrightarrow -8a \geq 17$$

$$\Leftrightarrow a \leq -\frac{17}{8}$$

3. A inequação equivalente a $-3x > 3$ é $x < -1$. Porque:

Aplicando os princípios de equivalência 3º; 4º e 1º; teremos:

$$\text{Pelo princípio 3: } -3x > 3 \Leftrightarrow \frac{-3x}{3} > \frac{3}{3}.$$

Porque dividir ambos membros de uma inequação pelo mesmo número o resultado não altera.

E pelo princípio 4, obteremos:

$$-x > 1 \Leftrightarrow (-1) \cdot (-x) > 1 \cdot (-1)$$

Finalmente, pelo princípio 1 fica: $x < -1$

4.

$$\text{a) } \frac{x}{3} < \frac{6x-3}{3} \Leftrightarrow x < 6x-3 \text{ - Princípio 3. Porque } \frac{x}{3} < \frac{6x-3}{3}$$

multiplicarmos por 3 em ambos membros teremos:

$$\cancel{3} \cdot \frac{x}{\cancel{3}} < \cancel{3} \cdot \frac{6x-3}{\cancel{3}}, \text{ e assim finalmente fica: } x < 6x-3. \text{ O mesmo procedimento podia se fazer em relação a segunda inequação, isto é, multiplicando por } \frac{1}{3} \text{ em ambos membros.}$$

Multiplicou-se por $\frac{1}{3}$, como forma de facilitar a simplificação e por outro lado multiplicar ambos membros de uma inequação pelo mesmo valor o resultado não altera.

$$\text{b) } x < 6x-3 \Leftrightarrow x-6x < -3 \text{ - Princípio 2. Porque de subtrairmos (adicionarmos) o mesmo número a ambos membros na inequação, o resultado não altera.}$$

$$\text{c) } -5x < -3 \Leftrightarrow x > \frac{3}{5} \text{ - Princípio 4. Porque basta multiplicarmos a ambos membros por } \left(-\frac{1}{5}\right) \text{ e invertermos o sinal, o resultado não altera:}$$

$$-\cancel{5}x \cdot \left(-\frac{1}{\cancel{5}}\right) < -3 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \Leftrightarrow x > \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} \text{5. a) } -\frac{x}{2} > -5 &\Leftrightarrow -\frac{x}{\cancel{2}} \cdot (-\cancel{2}) > -5 \cdot (-2) \\ &\Leftrightarrow x < 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \frac{1}{3} - \frac{x}{2} < x + 1 &\Leftrightarrow \frac{1}{\underset{(2)}{3}} - \frac{x}{\underset{(3)}{2}} < \frac{x}{\underset{(6)}{1}} + \frac{1}{\underset{(6)}{1}} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{Reduzir as fracções} \\ \text{ao mesmo} \\ \text{denominador,} \\ \text{calculando m.m.c.} \end{array} \\
 &\Leftrightarrow 2 - 3x < 6x + 6 \\
 &\Leftrightarrow 2 - 3x - 6x < 6x + 6 - 6x \\
 &\Leftrightarrow 2 - 9x < 6 \\
 &\Leftrightarrow -2 + 2 - 9x < 6 - 2 \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{Resolver a equação} \\ \text{resultante.} \end{array} \\
 &\Leftrightarrow -9x < 4 \\
 &\Leftrightarrow -9x \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) < 4 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) \\
 &\Leftrightarrow x > -\frac{4}{9}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } 0,2x - \frac{3}{5} < 2(x + 0,3) &\Leftrightarrow \frac{2x}{10} - \frac{3}{5} < 2\left(x + \frac{3}{10}\right) \\
 &\Leftrightarrow \frac{2x}{\underset{(1)}{10}} - \frac{3}{\underset{(2)}{5}} < \frac{2}{\underset{(10)}{1}}x + \frac{6}{\underset{(1)}{10}} \\
 &\Leftrightarrow 2x - 6 < 20x + 6 \\
 &\Leftrightarrow 2x - 6 + 6 < 20x + 6 + 6 \\
 &\Leftrightarrow 2x - 20x < 20x - 20x + 12 \\
 &\Leftrightarrow \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot (-18x < 12) \\
 &\Leftrightarrow 3x > -2 \\
 &\Leftrightarrow x > -\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$



Caro aluno, de certeza acabou de resolver os exercícios sugeridos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se errou em algum reestude esta lição ou procure estudar com um colega.

Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

12

Resolução de Inequações Lineares - Revisão

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- ☒ Resolver inequações lineares;
- ☒ Representar o resultado de inequações lineares nas três formas (intervalos, gráfica e chavetas).

Material necessário de apoio

- ☒ Régua, lápis e borracha.
- ☒ Todas lições anteriores deste módulo.

Tempo necessário para completar a lição:

🕒 60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 12ª lição do módulo de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha percebido bem todas lições anteriores. Nesta lição vai precisar todos conhecimentos adquiridos na 10ª e 11ª lição sobre resolução de inequações lineares. Vai também, precisar dos princípios de equivalência, sua aplicação e procedimentos na resolução de inequações lineares.

Nesta lição vai continuar a resolver inequações, de modo a consolidar os seus conhecimentos. Mas antes de tudo siga antemente o exemplo e a actividade que se segue.

Preste atenção!

Exemplo

Seja dada a inequação: $\frac{3}{2}(2x+3) < \frac{2}{3}x + 10$.

Como indicar por extensão, o conjunto das soluções naturais ($\mathbb{N}$) que satisfazem a inequação dada.

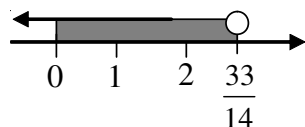
Para isso temos que resolver aplicando os princípios de equivalência de inequações lineares estudadas nas última lições.

$$\begin{aligned} \frac{3}{2}(2x+3) < \frac{2}{3}x + 10 &\Leftrightarrow \frac{6x}{(3)} + \frac{9}{(3)} < \frac{2}{(2)}x + \frac{10}{(6)} \\ &\Leftrightarrow 18x + 27 < 4x + 60 \\ &\Leftrightarrow 18x + \cancel{27} - \cancel{27} < 4x + 60 - 27 \\ &\Leftrightarrow 18x < 4x + 33 \\ &\Leftrightarrow 18x - 4x < \cancel{4}x - \cancel{4}x + 33 \\ &\Leftrightarrow 14x < 33 \\ &\Leftrightarrow x < \frac{33}{14} \end{aligned}$$

Como o nosso problema é encontrar números do conjunto $\mathbb{N}$, que satisfazem a condição exigida, vamos representar primeiro o conjunto solução no eixo real para nos facilitar a localização desses números.

Mas também sabemos o que é $\frac{33}{14}$ na forma decimal será 2,357

$x < \frac{33}{14}$ no eixo real fica:



Representado no eixo podemos ver que os números naturais que satisfazem a condição exigida são 1 e 2 que formam o conjunto solução.: $\{1, 2\}$



Muito bem! Caro aluno. Agora realize atentamente a actividade que lhe sugerimos a seguir.



ACTIVIDADE

1. Indique por extensão, o conjunto das soluções naturais das inequações seguintes.

a) $-\frac{x}{2} > -5$

b) $\frac{1}{2} < 5 - 2x$

c) $\frac{2}{10}x - \frac{3}{5} < 2\left(x + \frac{3}{10}\right)$



CHAVE DE CORRECÇÃO

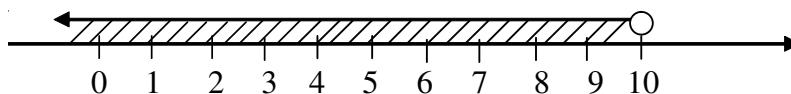
1. a) Como representa: $-\frac{x}{2} > -5$. Para tal deve se seguir os passos similares que os apresentados no exemplo anterior.

Assim:

1º Passo: Resolver a inequação.

$$-\frac{x}{2} > -5 \Leftrightarrow -\frac{x}{2} \cdot (-2) > -5 \cdot (-2)$$

2º Passo: Representar o conjunto solução na recta real.



Representando na forma de intervalo numérico a solução é:

$$]-\infty; 10[;$$

De acordo com o pedido no enunciado, vamos apresentar a solução. E é:

$$S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 e 9\}.$$

Não se inclui o zero (0), porque não se fez uma referência de inclusão deste, e por convensão o zero não é número natural. E não se inclui o 10, pois substituindo na inequação

$$-\frac{x}{2} > -5 \Leftrightarrow -\frac{10}{2} > -5$$

$$\Leftrightarrow -5 > -5 \text{ é falso.}$$

Caro aluno, você é mesmo inteligente! Acertou seguindo rigorosamente as instruções dadas no texto.

b) Como representar: $\frac{1}{2} < 5 - 2x$. Para tal deve se seguir os mesmos passos com na alínea anterior.

Assim:

1º Passo: Resolver a inequação.

$$\frac{1}{2} < 5 - 2x \Leftrightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{2} < 5 - \frac{1}{2} - 2x$$

$$\Leftrightarrow 0 < \frac{9}{2} - 2x$$

Calculando o m.m.c

$$\Leftrightarrow 0 + 2x < \frac{9}{2} - \cancel{2x} + \cancel{2x}$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{9}{4}$$

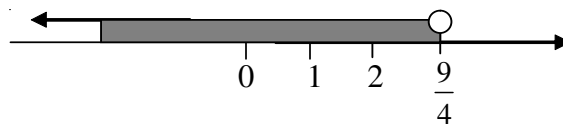
$$\Leftrightarrow 2x < \frac{9}{2}$$

Neste caminho aplicam-se os princípios de equivalência, estudadas na lição anterior.

Ou, por um outro caminho:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} < 5 - 2x &\Leftrightarrow 1 < 10 - 4x && \leftarrow \text{Calculando o m.m.c} \\ &\Leftrightarrow 4x < 10 - 1 \\ &\Leftrightarrow x < \frac{9}{4} && \leftarrow \begin{array}{l} \text{Neste caminho aplicam-se} \\ \text{os princípios de} \\ \text{equivalência, estudadas nas} \\ \text{lições anteriores.} \end{array} \end{aligned}$$

2º Passo: Representar a solução da inequação na recta real.



Representando a solução na forma de intervalos numéricos

fica: $\left] -\infty; \frac{9}{4} \right[$.

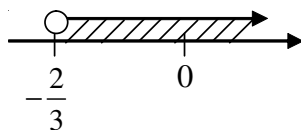
De acordo com o pedido no enunciado o conjunto solução é:
 $s . \{1; 2\} .$

Nota bem: Não se inclui o zero (0), porque não se fez uma referência de inclusão deste e não se inclui o $\frac{9}{4}$ porque não é número natural.

c) 1º Passo: Resolver a inequação.

$$\begin{aligned} \frac{2}{10}x - \frac{3}{5} < 2\left(x + \frac{3}{10}\right) &\Leftrightarrow \frac{2}{10}x - \frac{3}{5} < 2\left(x + \frac{3}{10}\right) \\ &\Leftrightarrow \frac{2x}{10} - \frac{3}{5} < \frac{2}{1}x + \frac{6}{10} \\ &\Leftrightarrow 2x - 6 < 20x + 6 \\ &\Leftrightarrow 2x - \cancel{20x} + \cancel{6} < 20x + 6 + 6 \\ &\Leftrightarrow 2x - 20x < \cancel{20x} - \cancel{20x} + 12 \\ &\Leftrightarrow \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot (-18x < 12) \\ &\Leftrightarrow 3x > -2 && \Leftrightarrow x > -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

2º Passo: Representar o conjunto solução na recta real.



Representando o conjunto solução na forma de intervalos numéricos fica: $\left] -\frac{2}{3}; +\infty \right[$; como deve estar recordado, os intervalos estão abertos á esquerda (não inclui o $-\frac{2}{3}$) e á direita. Mas segundo o pedido não consideraremos esta representação, mas sim a que segue no 3º passo.

3º Passo: Representação da solução.

Recordando o pedido do enunciado (números naturais).

Assim a solução será:

De acordo com o pedido o conjunto solução é:

$$S = \{1; 2; 3; 4; \dots\} \text{ ou } x = \mathbb{N}.$$

Não se inclui o zero (0), porque não se fez uma referência de inclusão deste ($\mathbb{N}_0$). E não se inclui o $-\frac{2}{3}$ porque não é um número natural..



Caro aluno, já descansou? Se sim, agora resolve os exercícios que se seguem.



EXERCÍCIOS

1. Assinale com um ✓ apenas a resposta certa, o conjunto das soluções naturais da inequação. E justifique a sua opção.

a) $\frac{3}{2}(2x+3) < \frac{2}{3}x+10 = \{-1; 2\}$ ☒

b) $\frac{3}{2}(2x+3) < \frac{2}{3}x+10 = \{1; 2\}$ ☐

c) $\frac{3}{2}(2x+3) < \frac{2}{3}x+10 = \{2\}$ ☐

2. Resolva as inequações e exprime as soluções nas três formas (intervalos, graficamente e chavetas).

a) $\frac{1}{2} \leq 5 - 2x$

b) $5 - 3(x-1) > \frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{3} - \frac{z-2}{2} < 4$

d) $2x - \frac{5}{3} \geq 1 + \frac{x}{2}$

e) $1 - 2(4-3) \leq 3$

3. Assinale apenas com um ✓ o maior múltiplo de 2 que verifica

a inequação: $\frac{x}{4} - \frac{2-x}{2} \leq 3$.

a) Maior múltiplo de 2 é 8.



b) Maior múltiplo de 2 é 4.



c) Maior múltiplo de 2 é 2.



4. Determine o conjunto solução da inequação: $2 - 3x \leq -2 + 3(1 - x)$.



TOME NOTA...

Múltiplo de um número – é um número divisível pelo número dado;
ou ainda:

É o produto do número dado pelo outro.



Caro aluno depois de ter resolvido os exercícios de revisão compare os seus resultados, com os que a seguir lhe apresentamos na chave de correcção.



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b) $\frac{3}{2}(2x+3) < \frac{2}{3}x+10 = \{1; 2\}$

Porque:

$$\frac{3}{2}(2x+3) < \frac{2}{3}x+10$$

$$\Leftrightarrow \frac{6x}{2} + \frac{9}{2} < \frac{2}{3}x + \frac{10}{1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{6x}{2} + \frac{9}{2} < \frac{2x}{3} + \frac{10}{1}$$

$$\Leftrightarrow 18x + 27 < 4x + 60$$

$$\Leftrightarrow 18x - 4x < 60 - 27$$

$$\Leftrightarrow 14x < 33$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{33}{14}$$

Saber que a fracção $\frac{33}{14} \approx 2,4$. Por outro lado nós queremos apenas números naturais. E os números naturais nesse intervalo são 1 e 2.

2. a) $\frac{1}{2} \leq 5 - 2x$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{5}{1} - \frac{2x}{1}$$

$$\Leftrightarrow 4x \leq 10 - 1$$

$$\Leftrightarrow 4x \leq 9$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{9}{4}$$

i) Na forma de intervalos teremos:

$$x \in \left] -\infty; \frac{9}{4} \right]$$

ii) Na forma gráfica:



iii) Finalmente na forma de chavetas será:

$$\left\{ x \in \mathbb{R} : x \leq \frac{9}{4} \right\}$$

b) $5 - 3(x - 1) > \frac{1}{2}$

Desembaraçar parêntesis aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtração.

$$\Leftrightarrow \frac{5}{1} - \frac{3x}{1} + \frac{3}{1} > \frac{1}{2}$$

(2) (2) (2) (1)

Desembaraçar os denominadores calculando m.m.c.

$$\Leftrightarrow 10 - 6x + 6 > 1$$

$$\Leftrightarrow (-1) - 6x > 1 - 16$$

$$\Leftrightarrow 6x < 15$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{15}{6}$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{5}{3}$$

Multiplicar por (-1) e inverter o sinal. Porque multiplicar ambos membros de uma inequação pelo mesmo número negativo e inverteu o sentido à desigualdade, obtem-se uma inequação equivalente.

i) Na forma de intervalos teremos: $\left] -\infty; \frac{5}{3} \right[$

ii) Na forma gráfica:



iii) Finalmente na forma de chavetas será:

$$\left\{ x \in \mathbb{R} : x < \frac{5}{3} \right\}$$

c) $\frac{1}{3} - \frac{z-2}{2} < 4$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\underset{(2)}{3}} - \frac{z-2}{\underset{(3)}{2}} < \frac{4}{\underset{(6)}{1}}$$

$$\Leftrightarrow 2 - 3z + 6 < 24$$

$$\Leftrightarrow -3z < 24 - 8$$

$$\Leftrightarrow (-1) - 3z < 16$$

$$\Leftrightarrow z > -\frac{16}{3}$$

Usam-se os mesmos procedimentos que no exercício anterior.

i) Na forma de intervalos teremos: $\left] -\frac{16}{3}; +\infty \right[$

ii) Na forma gráfica:



iii) Finalmente na forma de chavetas será:

$$\left\{ x \in \mathbb{R} : x > -\frac{16}{3} \right\}$$

d) $2x - \frac{5}{3} \geq 1 + \frac{x}{2} \Leftrightarrow 9x \geq 16$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{\underset{(6)}{1}} - \frac{5}{\underset{(2)}{3}} \geq \frac{1}{\underset{(6)}{1}} + \frac{x}{\underset{(3)}{2}} \Leftrightarrow x \geq \frac{16}{9}$$

$$\Leftrightarrow 12x - 10 \geq 6 + 3x$$

$$\Leftrightarrow 12x - 3x \geq 6 + 10$$

i) Na forma de intervalos teremos:

$$\left[\frac{16}{9}; +\infty \right[$$

ii) Na forma gráfica:



iii) Finalmente na forma de chavetas será:

$$\left\{ x \in \mathbb{R} : x \geq -\frac{16}{9} \right\}$$

e) $1 - 2(4 - 3x) \leq 3$

$$\Leftrightarrow 1 - 8 + 6x \leq 3$$

$$\Leftrightarrow 6x \leq 3 + 7$$

$$\Leftrightarrow 6x \leq 10$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{5}{3}$$

i) Na forma de intervalos teremos:

$$\left] -\infty; \frac{5}{3} \right]$$

ii) Na forma gráfica:



iii) Finalmente na forma de chavetas será:

$$\left\{ x \in \mathbb{R} : x \leq \frac{5}{3} \right\}$$

3. O maior múltiplo de 2 que verifica a inequação: $\frac{x}{4} - \frac{2-x}{2} \leq 3$.

b) ✓

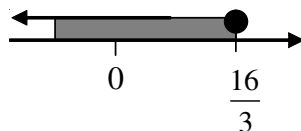
Porque, calculando as condições estabelecidas pela inequação teremos:

$$\begin{aligned} \frac{x}{4} - \frac{2-x}{2} \leq 3 &\Leftrightarrow \frac{x}{4} - \frac{2-x}{2} \leq \frac{3}{1} \\ &\Leftrightarrow x - 4 + 2x \leq 12 \\ &\Leftrightarrow 3x \leq 16 \\ &\Leftrightarrow x \leq \frac{16}{3} \end{aligned}$$

E o 4 é maior múltiplo de 2 que está definido no intervalo

$\left]-\infty; \frac{16}{3}\right]$; porque $\frac{16}{3} = 5,3(3)$; e o 5 não é múltiplo de 2.

Representando no eixo tem-se:



E facilmente se nota que o maior múltiplo de 2, neste intervalo é o 4.

4. O conjunto solução da inequação será:

$$\begin{aligned} 2 - 3x &\leq -2 + 3(1 - x) \Leftrightarrow 2 - 3x \leq -2 + 3 - 3x \\ &\Leftrightarrow \cancel{2} - \cancel{2} - 3x \leq -2 - 2 + 3 - 3x \\ &\Leftrightarrow -3x \leq -1 - 3x \\ &\Leftrightarrow -\cancel{3}x + \cancel{3}x \leq -1 - \cancel{3}x + \cancel{3}x \\ &\Leftrightarrow 0 \leq -1 \end{aligned}$$

Como se pode notar é uma inequação impossível, visto que não tem solução.

Solução: Impossível.



Caro aluno, de certeza acabou de resolver os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se errou em algum reestude esta lição ou procure estudar com um colega.

Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Esta é a sua última lição deste módulo de matemática da 9ª classe. Antes de realizar o teste de preparação volte a resolver os exercícios ou a rever todas as lições. Como diz um ditado antigo “A repetição é a mãe da sabedoria”.

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo-se da actividade sexual.

TESTE DE PREPARAÇÃO

Duração Recomendada - 60 minutos

1. Marque no mesmo eixo real os pontos:

A $\sqrt{12}$

B $\sqrt{20}$

C $\sqrt{3}$

2. Dado o segmento:



a) Marque com ✓ apenas a afirmação verdadeira.

i) $\overline{AB} = 5\overline{GI}$



ii) $\overline{AB} = 2\overline{GI}$



iii) $\frac{1}{4}\overline{AF} = \overline{AB}$



iv) $\frac{1}{2}\overline{AF} = \overline{AB}$



v) $\frac{1}{2}\overline{AB} = \overline{AG}$



vi) $\overline{AB} = \frac{1}{3}\overline{IB}$



3. Assinale com um **V** as afirmações verdadeiras e com um **F** afirmações falsas:

a) $\mathbb{R}^+ \cap \mathbb{R}^- = \{\emptyset\}$

V/F

☐

b) $\mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^- = \{\mathbb{R}\}$

☐

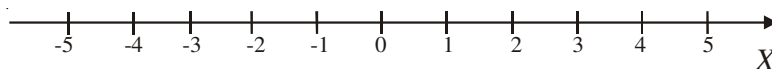
c) $\mathbb{Q} \not\subset \{x : x \text{ é irracional}\}$

☐

4. Coloca em ordem crescente, o conjunto A..

$$A = \left\{ \sqrt{2}; -1, 4; 1, 5; -\sqrt{2}; 0; -1, 5; -2; \sqrt{3}; -\frac{11}{4}; 1 + \sqrt{5} \right\}$$

5. Completa a indicação das abcissas dos pontos:



A) $-0,5$ B) $\frac{11}{4}$ C) $1 + \sqrt{2}$ D) $-\sqrt{3}$ E) $-\frac{7}{2}$

F) $= 0, (3)$

6. Assinale com um $\checkmark$ apenas o conjunto dos números que está em ordem crescente.

a) $\left\{ \frac{7}{2}; 0; -\frac{2}{3}; \frac{10}{3}; -\frac{3}{2}; \pi; -\sqrt{2} \right\}$

☒

b) $\left\{ -\frac{3}{2}; -\sqrt{2} - \frac{2}{3}; 0; \pi; \frac{10}{3}; \frac{7}{2} \right\}$

☐

c) $\left\{ 0; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{2}; -\sqrt{2}; \frac{10}{3}; \pi; \frac{7}{2} \right\}$

☐

7. Represente no mesmo eixo real, os números indicados pelas letras abaixo:

$$A \rightarrow \sqrt{6}$$

$$B \rightarrow 2\sqrt{5}$$

$$C \rightarrow -\frac{4}{5}$$

8. Assinale com um ✓ apenas a afirmação verdadeira.

a) $\mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^- = \mathbb{R}$



b) $\mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^- = \mathbb{R} / 0$



c) $\mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^- = \mathbb{R}^-$



d) $\mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^- = \mathbb{R}_0^+$



9. Assinale com um ✓ apenas a afirmação verdadeira.

a) $[-3; 10[\cap]6; +\infty[= [6; 10]$



b) $[-3; 10[\cap]6; +\infty[=]6; 10[$



c) $[-3; 10[\cap]6; +\infty[= [6; 10[$



10. Consideremos os conjuntos, $A =]-\infty; 0[$ e $B =]-3; 10[$.
Calcula: $A \cap B$.

11. Assinale com um ✓ apenas a resposta certa, o conjunto das soluções naturais da inequação.

a) $\frac{3}{2}(2x+3) < 2x+10 = \left[-\infty; \frac{11}{2}\right]$



b) $\frac{3}{2}(2x+3) < 2x+10 = \left]-\infty; \frac{11}{2}\right[$



c) $\frac{3}{2}(2x+3) < 2x+10 = \left[-\infty; \frac{11}{2}\right[$



12. Resolva as inequações e exprime as soluções nas três formas (intervalos, graficamente e chavetas).

a) $\frac{1}{2} \leq 5 - \frac{2x}{3}$

b) $2x+5 \geq 1 + \frac{x}{2}$

13. Assinale apenas com um ✓ o maior múltiplo de 4 que verifica a

inequação: $\frac{x}{4} - \frac{2-x}{2} \leq 6$.

a) Maior múltiplo de 4 é 12.



b) Maior múltiplo de 4 é 8.



c) Maior múltiplo de 4 é 4.

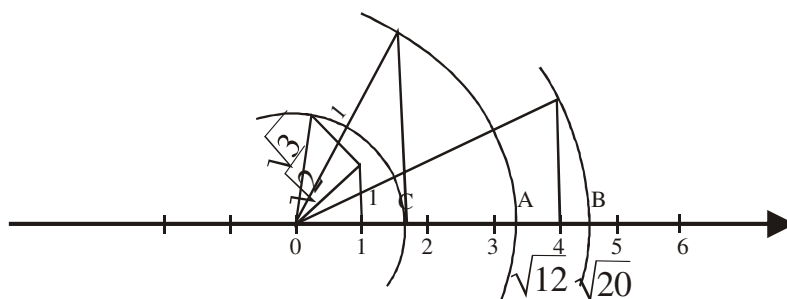


14. Determina o conjunto solução da inequação: $2-3x \leq -2+3(1-x)$



CHAVE DE CORRECÇÃO

1.



2. Dado o segmento:



a) A afirmações verdadeira é:

v) $\frac{1}{2}\overline{AB} = \overline{AG}$. Porque $\overline{AG}$ é metade de $\overline{AB}$.

3.

a) $R^+ \cap R^- = \{\emptyset\} \forall$

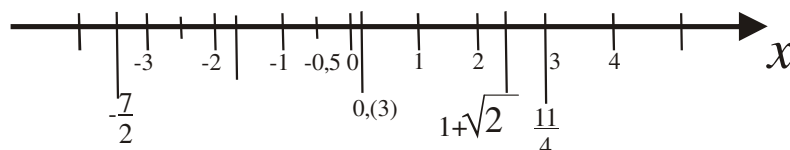
b) $R^+ \cup R^- = \{R\} F$

c) $Q \notin \{x : x \text{ é irracional}\} \vee$

4. Os números em ordem crescente são:

$$A = \left\{ -\frac{11}{4}; -2; -1,5; -\sqrt{2}; -1,4; 0; 1; \sqrt{2}; 1,5; \sqrt{3}; \sqrt{5} \right\}$$

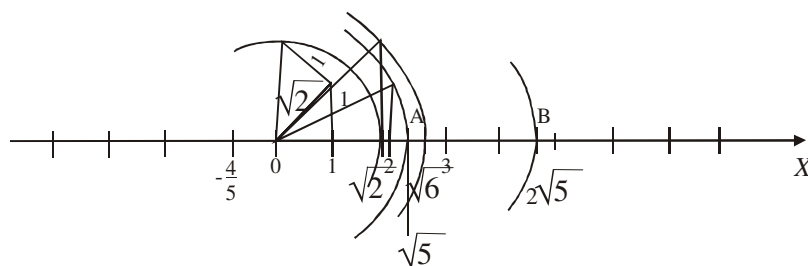
5. Completa a indicação das abcissas dos pontos:



6. Os números em ordem crescente são:

$$b) \left\{ -\frac{3}{2}; -\sqrt{2} - \frac{2}{3}; 0; \pi; \frac{10}{3}; \frac{7}{2} \right\}$$

7. A representação ficará:



a) $A \rightarrow \sqrt{6}$

b) $B \rightarrow 2\sqrt{5}$

c) $C \rightarrow -\frac{4}{5}$

8. b) $\checkmark \mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^- = \mathbb{R} / 0$

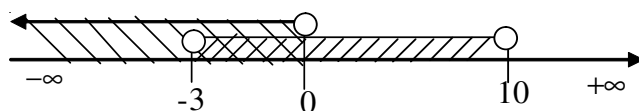
9. b) $\checkmark$

10. Considerando os conjuntos, $A =]-\infty; 0[$ e $B =]-3; 10[$.

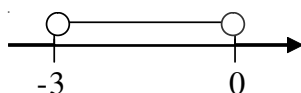
Calcula: $A \cap B$.

Solução:

$$A \cap B =]-\infty; 0[\cap]-3; 10[=]-3; 0[$$



Ou simplesmente



Na forma de intervalos a solução será:

$x \in]-3; 0[$, é o conjunto que resulta da intersecção dos dois conjuntos, formado pelos elementos que pertencem simultâneamente aos dois conjuntos.

11. b) $\checkmark$

12. a) $\frac{1}{2} \leq 5 - \frac{2x}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{5}{1} - \frac{2x}{3}$

$$\Leftrightarrow 3 \leq 30 - 4x$$

$$\Leftrightarrow 3 - 3 \leq 30 - 4x - 3$$

$$\Leftrightarrow 4x \leq 27 - 4x + 4x$$

$$\Leftrightarrow 4x \leq 27$$

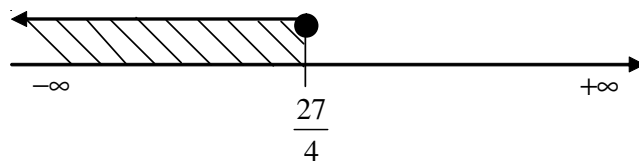
$$\Leftrightarrow x \leq \frac{27}{4}$$

Solução:

Na forma de intervalos:

$$x \in \left] -\infty; \frac{27}{4} \right]$$

Na forma gráfica:



Na forma de chavetas:

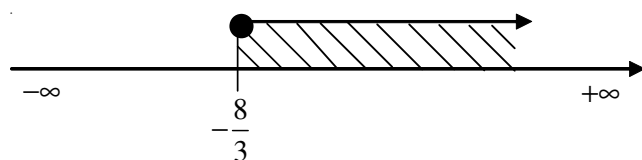
$$\left\{ x \in \mathbb{R} : x \leq \frac{27}{4} \right\}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 2x + 5 &\geq 1 + \frac{x}{2} \Leftrightarrow 4x + 10 \geq 2 + x \\ &\Leftrightarrow 4x - x \geq 2 - 10 \\ &\Leftrightarrow 3x \geq -8 \\ &\Leftrightarrow x \geq -\frac{8}{3} \end{aligned}$$

Na forma de intervalos:

$$x \in \left[-\frac{8}{3}; +\infty \right[$$

Na forma gráfica:



Na forma de chavetas:

$$\left\{ x \in \mathbb{R} : x \geq -\frac{8}{3} \right\}$$

13. O maior múltiplo de 4 que verifica a inequação: $\frac{x}{4} - \frac{2-x}{2} \leq 6$:

b) O maior múltiplo de 4 é 8.

Porque:

$$\begin{aligned} \frac{x}{4} - \frac{2-x}{2} \leq 6 &\Leftrightarrow \frac{x}{4} - \frac{2-x}{2} \leq \frac{6}{1} \\ &\Leftrightarrow x - 4 + 2x \leq 24 \\ &\Leftrightarrow 3x \leq 24 + 4 \\ &\Leftrightarrow x \leq \frac{28}{3} \end{aligned}$$

E como se pode ver $\frac{28}{3} = 9,3(3)$ e o múltiplo natural de 4, mais próximo de 9 é 8. Porque: $4 \times 2 = 8$.

14.

$$2 - 3x \leq -2 + 3(1 - x).$$

Para a determinação do conjunto solução desta inequação temos que calcular os valores que satisfazem a mesma, assim teremos:

$$\begin{aligned} 2 - 3x &\leq -2 + 3(1 - x) \Leftrightarrow 2 - 3x \leq -2 + 3 - 3x \\ &\Leftrightarrow \cancel{2} - \cancel{3} - 3x \leq -2 - 2 + 3 - 3x \\ &\Leftrightarrow -3x \leq -1 - 3x \\ &\Leftrightarrow -\cancel{3}x + \cancel{3}x \leq -1 - \cancel{3}x + \cancel{3}x \\ &\Leftrightarrow 0 \leq -1 \end{aligned}$$

Aplica-se propriedade distributiva da multiplicação em relação á subtracção.

Como se pode ver é uma inequação impossível. Porque anulou-se a variável.

TABELA DE QUADRADOS PERFEITOS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801
10	10000	10201	10404	10609	10816	11025	11236	11449	11664	11881
11	12100	12312	12544	12769	12996	13325	13456	13689	13924	14161
12	14400	14641	14884	15129	15376	15625	15876	16129	16384	16641
13	16900	17616	17424	17689	17956	18225	18496	18769	19044	19321
14	19600	19881	20164	20449	20736	21025	21316	21609	21904	22201
15	22500	22801	23104	23409	23716	24025	24336	24649	24964	25281
16	25600	25921	26244	26569	26896	27225	27556	27889	28224	28561
17	28900	29241	29584	29929	30276	30625	30976	31329	31684	32041
18	32400	32761	33124	33489	33856	34225	34596	34969	35334	35721
19	36100	36481	36864	37249	37636	38025	38416	38809	39204	39601
20	40000	40401	40804	41209	41616	42025	42436	42849	43264	43681
21	44100	44521	44944	45369	45796	46225	46656	47089	47524	47961
22	48400	48841	49284	49729	50176	50625	51076	51529	51984	52441
23	52900	53361	53824	54289	54756	55225	55696	56169	56644	57121
24	57600	58081	58564	59049	59539	60025	60516	61009	61504	62001
25	62500	63001	63504	64009	64516	65025	65536	66049	66564	67081
26	67600	68121	68644	69169	69696	70225	70756	71289	71824	72361
27	72900	73441	73984	74529	75076	75625	76176	76729	77284	77841
28	78400	78961	79524	80089	80656	81225	81796	82369	82944	83521
29	84100	84681	85264	85849	86436	87025	87616	88209	88804	89401
30	90000	90601	91204	91809	92416	93025	93636	94249	94864	95481
31	96100	96721	97344	97969	98596	99225	99856	100489	101124	101761
32	102400	103041	103684	104329	104976	105625	106276	106926	107584	108241
33	108900	109561	110224	110889	111556	112225	112896	113569	114244	114921
34	115600	116281	116964	117649	118336	119025	119716	120409	121104	121801
35	122500	123201	123904	124609	125316	126025	126736	127449	128164	128881
36	129600	130321	131044	131769	132496	133225	133956	134689	135424	136161
37	136900	137641	138384	139129	139876	140625	141376	142129	142884	143641
38	144400	145161	145924	146689	147456	148225	148996	149769	150544	151321
39	152100	152881	153664	154449	155236	156025	156816	157609	158404	159201
40	160000	160801	161604	162409	163216	164025	164836	165649	166464	167281
41	168100	168921	169744	170569	171396	172225	173056	173889	174724	175561
42	176400	177241	178084	178929	179776	180625	181476	182329	183184	184041
43	184900	185761	186624	187489	188356	189225	190096	190969	191844	192721
44	193600	194481	195364	196249	197136	198025	198916	199809	200704	201601
45	202500	203401	204304	205209	206116	207025	207936	208849	209764	210681
46	211600	212521	213444	214369	215296	216225	217156	218089	219024	219961
47	220900	221841	222784	223729	224676	225625	226576	227529	228484	229441
48	230400	231361	232324	233289	234256	235225	236196	237169	238144	239121
49	240100	241081	242064	243049	244036	245025	246016	247009	248004	249001

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ 1,00 - 5,49

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	1,0000	1,0050	1,0100	1,0149	1,0198	1,0247	1,0296	1,0344	1,0392	1,0440
1,1	1,0488	1,0536	1,0583	1,0630	1,0677	1,0724	1,0770	1,0817	1,0863	1,0909
1,2	1,0954	1,1000	1,1045	1,1091	1,1136	1,1180	1,1225	1,1269	1,1314	1,1358
1,3	1,1402	1,1446	1,1489	1,1533	1,1576	1,1619	1,1662	1,1705	1,1747	1,1790
1,4	1,1832	1,1874	1,1916	1,1958	1,2000	1,2042	1,2083	1,2124	1,2166	1,2207
1,5	1,2247	1,2288	1,2329	1,2369	1,2410	1,2450	1,2490	1,2530	1,2570	1,2610
1,6	1,2649	1,2689	1,2728	1,2767	1,2806	1,2845	1,2884	1,2923	1,2961	1,3000
1,7	1,3038	1,3077	1,3115	1,3153	1,3191	1,3229	1,3266	1,3304	1,3342	1,3379
1,8	1,3416	1,3454	1,3491	1,3528	1,3565	1,3601	1,3638	1,3675	1,3711	1,3748
1,9	1,3784	1,3820	1,3856	1,3892	1,3928	1,3964	1,4000	1,4036	1,4071	1,4107
2,0	1,4142	1,4177	1,4213	1,4248	1,4283	1,4318	1,4353	1,4387	1,4422	1,4457
2,1	1,4491	1,4526	1,4560	1,4595	1,4629	1,4663	1,4697	1,4731	1,4765	1,4799
2,2	1,4832	1,4866	1,4900	1,4933	1,4967	1,5000	1,5033	1,5067	1,5100	1,5133
2,3	1,5166	1,5199	1,5232	1,5264	1,5297	1,5330	1,5362	1,5395	1,5427	1,5460
2,4	1,5492	1,5524	1,5556	1,5588	1,5620	1,5652	1,5684	1,5716	1,5748	1,5780
2,5	1,5811	1,5843	1,5875	1,5906	1,5937	1,5969	1,6000	1,6031	1,6062	1,6093
2,6	1,6125	1,6155	1,6186	1,6217	1,6248	1,6279	1,6310	1,6340	1,6371	1,6401
2,7	1,6432	1,6462	1,6492	1,6523	1,6553	1,6583	1,6613	1,6643	1,6673	1,6703
2,8	1,6733	1,6763	1,6793	1,6823	1,6852	1,6882	1,6912	1,6941	1,6971	1,7000
2,9	1,7029	1,7059	1,7088	1,7117	1,7146	1,7176	1,7205	1,7234	1,7263	1,7292
3,0	1,7321	1,7349	1,7378	1,7407	1,7436	1,7464	1,7493	1,7521	1,7550	1,7578
3,1	1,7607	1,7635	1,7664	1,7692	1,7720	1,7748	1,7776	1,7804	1,7833	1,7861
3,2	1,7889	1,7916	1,7944	1,7972	1,8000	1,8028	1,8055	1,8083	1,8111	1,8138
3,3	1,8166	1,8193	1,8221	1,8248	1,8276	1,8303	1,8330	1,8358	1,8385	1,8412
3,4	1,8439	1,8466	1,8493	1,8520	1,8547	1,8574	1,8601	1,8628	1,8655	1,8682
3,5	1,8708	1,8735	1,8762	1,8788	1,8815	1,8841	1,8868	1,8894	1,8921	1,8947
3,6	1,8974	1,9000	1,9026	1,9053	1,9079	1,9105	1,9131	1,9157	1,9183	1,9209
3,7	1,9235	1,9261	1,9287	1,9313	1,9339	1,9365	1,9391	1,9416	1,9442	1,9468
3,8	1,9494	1,9519	1,9545	1,9570	1,9596	1,9621	1,9647	1,9672	1,9698	1,9723
3,9	1,9748	1,9774	1,9799	1,9824	1,9849	1,9875	1,9900	1,9925	1,9950	1,9975
4,0	2,0000	2,0025	2,0050	2,0075	2,0100	2,0125	2,0149	2,0174	2,0199	2,0224
4,1	2,0248	2,0273	2,0298	2,0322	2,0347	2,0372	2,0396	2,0421	2,0445	2,0469
4,2	2,0494	2,0518	2,0543	2,0567	2,0591	2,0616	2,0640	2,0664	2,0688	2,0712
4,3	2,0736	2,0761	2,0785	2,0809	2,0833	2,0857	2,0881	2,0905	2,0928	2,0952
4,4	2,0976	2,1000	2,1024	2,1048	2,1071	2,1095	2,1119	2,1142	2,1166	2,1190
4,5	2,1213	2,1237	2,1260	2,1284	2,1307	2,1331	2,1354	2,1378	2,1401	2,1424
4,6	2,1448	2,1471	2,1494	2,1517	2,1541	2,1564	2,1587	2,1610	2,1633	2,1656
4,7	2,1679	2,1703	2,1726	2,1749	2,1772	2,1794	2,1817	2,1840	2,1863	2,1886
4,8	2,1909	2,1932	2,1954	2,1977	2,2000	2,2023	2,2045	2,2068	2,2091	2,2113
4,9	2,2136	2,2159	2,2181	2,2204	2,2226	2,2249	2,2271	2,2293	2,2316	2,2338
5,0	2,2361	2,2383	2,2405	2,2428	2,2450	2,2472	2,2494	2,2517	2,2539	2,2561
5,1	2,2583	2,2605	2,2627	2,2650	2,2672	2,2694	2,2716	2,2738	2,2760	2,2782
5,2	2,2804	2,2825	2,2847	2,2869	2,2891	2,2913	2,2935	2,2956	2,2978	2,3000
5,3	2,3022	2,3043	2,3065	2,3087	2,3108	2,3130	2,3152	2,3173	2,3195	2,3216
5,4	2,3238	2,3259	2,3281	2,3302	2,3324	2,3345	2,3367	2,3388	2,3409	2,3431
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ 5,50 - 9,99

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,5	2,3452	2,3473	2,3495	2,3516	2,3537	2,3558	2,3580	2,3601	2,3622	2,3643
5,6	2,3664	2,3685	2,3707	2,3728	2,3749	2,3770	2,3791	2,3812	2,3833	2,3854
5,7	2,3875	2,3896	2,3917	2,3937	2,3958	2,3979	2,4000	2,4021	2,4042	2,4062
5,8	2,4083	2,4104	2,4125	2,4145	2,4166	2,4187	2,4207	2,4228	2,4249	2,4269
5,9	2,4290	2,4310	2,4331	2,4352	2,4372	2,4393	2,4413	2,4434	2,4454	2,4474
6,0	2,4495	2,4515	2,4536	2,4556	2,4576	2,4597	2,4617	2,4637	2,4658	2,4678
6,1	2,4698	2,4718	2,4739	2,4759	2,4779	2,4799	2,4819	2,4839	2,4860	2,4880
6,2	2,4900	2,4920	2,4940	2,4960	2,4980	2,5000	2,5020	2,5040	2,5060	2,5080
6,3	2,5100	2,5120	2,5140	2,5159	2,5179	2,5199	2,5219	2,5239	2,5259	2,5278
6,4	2,5298	2,5318	2,5338	2,5357	2,5377	2,5397	2,5417	2,5436	2,5456	2,5475
6,5	2,5495	2,5515	2,5534	2,5554	2,5573	2,5593	2,5612	2,5632	2,5652	2,5671
6,6	2,5690	2,5710	2,5729	2,5749	2,5768	2,5788	2,5807	2,5826	2,5846	2,5865
6,7	2,5884	2,5904	2,5923	2,5942	2,5962	2,5981	2,6000	2,6019	2,6038	2,6058
6,8	2,6077	2,6096	2,6115	2,6134	2,6153	2,6173	2,6192	2,6211	2,6230	2,6249
6,9	2,6268	2,6287	2,6306	2,6325	2,6344	2,6363	2,6382	2,6401	2,6420	2,6439
7,0	2,6458	2,6476	2,6495	2,6514	2,6533	2,6552	2,6571	2,6589	2,6608	2,6627
7,1	2,6646	2,6665	2,6683	2,6702	2,6721	2,6739	2,6758	2,6777	2,6796	2,6814
7,2	2,6833	2,6851	2,6870	2,6889	2,6907	2,6926	2,6944	2,6963	2,6981	2,7000
7,3	2,7019	2,7037	2,7055	2,7074	2,7092	2,7111	2,7129	2,7148	2,7166	2,7185
7,4	2,7203	2,7221	2,7240	2,7258	2,7276	2,7295	2,7313	2,7331	2,7350	2,7368
7,5	2,7386	2,7404	2,7423	2,7441	2,7459	2,7477	2,7495	2,7514	2,7532	2,7550
7,6	2,7568	2,7586	2,7604	2,7622	2,7641	2,7659	2,7677	2,7695	2,7713	2,7731
7,7	2,7749	2,7767	2,7785	2,7803	2,7821	2,7839	2,7857	2,7875	2,7893	2,7911
7,8	2,7928	2,7946	2,7964	2,7982	2,8000	2,8018	2,8036	2,8054	2,8071	2,8089
7,9	2,8107	2,8125	2,8142	2,8160	2,8178	2,8196	2,8213	2,8231	2,8249	2,8267
8,0	2,8284	2,8302	2,8320	2,8337	2,8355	2,8373	2,8390	2,8408	2,8425	2,8443
8,1	2,8460	2,8478	2,8496	2,8513	2,8531	2,8548	2,8566	2,8583	2,8601	2,8618
8,2	2,8636	2,8653	2,8671	2,8688	2,8705	2,8723	2,8740	2,8758	2,8775	2,8792
8,3	2,8810	2,8827	2,8844	2,8862	2,8879	2,8896	2,8914	2,8931	2,8948	2,8965
8,4	2,8983	2,9000	2,9017	2,9034	2,9052	2,9069	2,9086	2,9103	2,9120	2,9138
8,5	2,9155	2,9172	2,9189	2,9206	2,9223	2,9240	2,9257	2,9275	2,9292	2,9309
8,6	2,9326	2,9343	2,9360	2,9377	2,9394	2,9411	2,9428	2,9445	2,9462	2,9479
8,7	2,9496	2,9513	2,9530	2,9547	2,9563	2,9580	2,9597	2,9614	2,9631	2,9648
8,8	2,9665	2,9682	2,9698	2,9715	2,9732	2,9749	2,9766	2,9783	2,9799	2,9816
8,9	2,9833	2,9850	2,9866	2,9883	2,9900	2,9917	2,9933	2,9950	2,9967	2,9983
9,0	3,0000	3,0017	3,0033	3,0050	3,0067	3,0083	3,0100	3,0116	3,0133	3,0150
9,1	3,0166	3,0183	3,0199	3,0216	3,0232	3,0249	3,0265	3,0282	3,0299	3,0315
9,2	3,0332	3,0348	3,0364	3,0381	3,0397	3,0414	3,0430	3,0447	3,0463	3,0480
9,3	3,0496	3,0512	3,0529	3,0545	3,0561	3,0578	3,0594	3,0610	3,0627	3,0643
9,4	3,0659	3,0676	3,0692	3,0708	3,0725	3,0741	3,0757	3,0773	3,0790	3,0806
9,5	3,0822	3,0838	3,0854	3,0871	3,0887	3,0903	3,0919	3,0935	3,0952	3,0968
9,6	3,0984	3,1000	3,1016	3,1032	3,1048	3,1064	3,1081	3,1097	3,1113	3,1129
9,7	3,1145	3,1161	3,1177	3,1193	3,1209	3,1225	3,1241	3,1257	3,1273	3,1289
9,8	3,1305	3,1321	3,1337	3,1353	3,1369	3,1385	3,1401	3,1417	3,1432	3,1448
9,9	3,1464	3,1480	3,1496	3,1512	3,1528	3,1544	3,1559	3,1575	3,1591	3,1607
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$$\sqrt{x} \quad 10,0 - 54,9$$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10,	3,162	3,178	3,194	3,209	3,225	3,240	3,256	3,271	3,286	3,302
11,	3,317	3,332	3,347	3,362	3,376	3,391	3,406	3,421	3,435	3,450
12,	3,464	3,479	3,493	3,507	3,521	3,536	3,550	3,564	3,578	3,592
13,	3,606	3,619	3,633	3,647	3,661	3,674	3,688	3,701	3,715	3,728
14,	3,742	3,755	3,768	3,782	3,795	3,808	3,821	3,834	3,847	3,860
15,	3,873	3,886	3,899	3,912	3,924	3,937	3,950	3,962	3,975	3,987
16,	4,000	4,012	4,025	4,037	4,050	4,062	4,074	4,087	4,099	4,111
17,	4,123	4,135	4,147	4,159	4,171	4,183	4,195	4,207	4,219	4,231
18,	4,243	4,254	4,266	4,278	4,290	4,301	4,313	4,324	4,336	4,347
19,	4,359	4,370	4,382	4,393	4,405	4,416	4,427	4,438	4,450	4,461
20,	4,472	4,483	4,494	4,506	4,517	4,528	4,539	4,550	4,561	4,572
21,	4,583	4,593	4,604	4,615	4,626	4,637	4,648	4,658	4,669	4,680
22,	4,690	4,701	4,712	4,722	4,733	4,743	4,754	4,764	4,775	4,785
23,	4,796	4,806	4,817	4,827	4,837	4,848	4,858	4,868	4,879	4,889
24,	4,899	4,909	4,919	4,930	4,940	4,950	4,960	4,970	4,980	4,990
25,	5,000	5,010	5,020	5,030	5,040	5,050	5,060	5,070	5,079	5,089
26,	5,099	5,109	5,119	5,128	5,138	5,148	5,158	5,167	5,177	5,187
27,	5,196	5,206	5,215	5,225	5,235	5,244	5,254	5,263	5,273	5,282
28,	5,292	5,301	5,310	5,320	5,329	5,339	5,348	5,357	5,367	5,376
29,	5,385	5,394	5,404	5,413	5,422	5,431	5,441	5,450	5,459	5,468
30,	5,477	5,486	5,495	5,505	5,514	5,523	5,532	5,541	5,550	5,559
31,	5,568	5,577	5,586	5,595	5,604	5,612	5,621	5,630	5,639	5,648
32,	5,657	5,666	5,675	5,683	5,692	5,701	5,710	5,718	5,727	5,736
33,	5,745	5,753	5,762	5,771	5,779	5,788	5,797	5,805	5,814	5,822
34,	5,831	5,840	5,848	5,857	5,865	5,874	5,882	5,891	5,899	5,908
35,	5,916	5,925	5,933	5,941	5,950	5,958	5,967	5,975	5,983	5,992
36,	6,000	6,008	6,017	6,025	6,033	6,042	6,050	6,058	6,066	6,075
37,	6,083	6,091	6,099	6,107	6,116	6,124	6,132	6,140	6,148	6,156
38,	6,164	6,173	6,181	6,189	6,197	6,205	6,213	6,221	6,229	6,237
39,	6,245	6,253	6,261	6,269	6,277	6,285	6,293	6,301	6,309	6,317
40,	6,325	6,332	6,340	6,348	6,356	6,364	6,372	6,380	6,387	6,395
41,	6,403	6,411	6,419	6,427	6,434	6,442	6,450	6,458	6,465	6,473
42,	6,481	6,488	6,496	6,504	6,512	6,519	6,527	6,535	6,542	6,550
43,	6,557	6,565	6,573	6,580	6,588	6,595	6,603	6,611	6,618	6,626
44,	6,633	6,641	6,648	6,656	6,663	6,671	6,678	6,686	6,693	6,701
45,	6,708	6,716	6,723	6,731	6,738	6,745	6,753	6,760	6,768	6,775
46,	6,782	6,790	6,797	6,804	6,812	6,819	6,826	6,834	6,841	6,848
47,	6,856	6,863	6,870	6,877	6,885	6,892	6,899	6,907	6,914	6,921
48,	6,928	6,935	6,943	6,950	6,957	6,964	6,971	6,979	6,986	6,993
49,	7,000	7,007	7,014	7,021	7,029	7,036	7,043	7,050	7,057	7,064
50,	7,071	7,078	7,085	7,092	7,099	7,106	7,113	7,120	7,127	7,134
51,	7,141	7,148	7,155	7,162	7,169	7,176	7,183	7,190	7,197	7,204
52,	7,211	7,218	7,225	7,232	7,239	7,246	7,253	7,259	7,266	7,273
53,	7,280	7,287	7,294	7,301	7,308	7,314	7,321	7,328	7,335	7,342
54,	7,348	7,355	7,362	7,369	7,376	7,382	7,389	7,396	7,403	7,409
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ 55,0 - 99,9

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55,	7,416	7,423	7,430	7,436	7,443	7,450	7,457	7,463	7,470	7,477
56,	7,483	7,490	7,497	7,503	7,510	7,517	7,523	7,530	7,537	7,543
57,	7,550	7,556	7,563	7,570	7,576	7,583	7,589	7,596	7,603	7,609
58,	7,616	7,622	7,629	7,635	7,642	7,649	7,655	7,662	7,668	7,675
59,	7,681	7,688	7,694	7,701	7,707	7,714	7,720	7,727	7,733	7,740
60,	7,746	7,752	7,759	7,765	7,772	7,778	7,785	7,791	7,797	7,804
61,	7,810	7,817	7,823	7,829	7,836	7,842	7,849	7,855	7,861	7,868
62,	7,874	7,880	7,887	7,893	7,899	7,906	7,912	7,918	7,925	7,931
63,	7,937	7,944	7,950	7,956	7,962	7,969	7,975	7,981	7,987	7,994
64,	8,000	8,006	8,012	8,019	8,025	8,031	8,037	8,044	8,050	8,056
65,	8,062	8,068	8,075	8,081	8,087	8,093	8,099	8,106	8,112	8,118
66,	8,124	8,130	8,136	8,142	8,149	8,155	8,161	8,167	8,173	8,179
67,	8,185	8,191	8,198	8,204	8,210	8,216	8,222	8,228	8,234	8,240
68,	8,246	8,252	8,258	8,264	8,270	8,276	8,283	8,289	8,295	8,301
69,	8,307	8,313	8,319	8,325	8,331	8,337	8,343	8,349	8,355	8,361
70,	8,367	8,373	8,379	8,385	8,390	8,396	8,402	8,408	8,414	8,420
71,	8,426	8,432	8,438	8,444	8,450	8,456	8,462	8,468	8,473	8,479
72,	8,485	8,491	8,497	8,503	8,509	8,515	8,521	8,526	8,532	8,538
73,	8,544	8,550	8,556	8,562	8,567	8,573	8,579	8,585	8,591	8,597
74,	8,602	8,608	8,614	8,620	8,626	8,631	8,637	8,643	8,649	8,654
75,	8,660	8,666	8,672	8,678	8,683	8,689	8,695	8,701	8,706	8,712
76,	8,718	8,724	8,729	8,735	8,741	8,746	8,752	8,758	8,764	8,769
77,	8,775	8,781	8,786	8,792	8,798	8,803	8,809	8,815	8,820	8,826
78,	8,832	8,837	8,843	8,849	8,854	8,860	8,866	8,871	8,877	8,883
79,	8,888	8,894	8,899	8,905	8,911	8,916	8,922	8,927	8,933	8,939
80,	8,944	8,950	8,955	8,961	8,967	8,972	8,978	8,983	8,989	8,994
81,	9,000	9,006	9,011	9,017	9,022	9,028	9,033	9,039	9,044	9,050
82,	9,055	9,061	9,066	9,072	9,077	9,083	9,088	9,094	9,099	9,105
83,	9,110	9,116	9,121	9,127	9,132	9,138	9,143	9,149	9,154	9,160
84,	9,165	9,171	9,176	9,182	9,187	9,192	9,198	9,203	9,209	9,214
85,	9,220	9,225	9,230	9,236	9,241	9,247	9,252	9,257	9,263	9,268
86,	9,274	9,279	9,284	9,290	9,295	9,301	9,306	9,311	9,317	9,322
87,	9,327	9,333	9,338	9,343	9,349	9,354	9,359	9,365	9,370	9,375
88,	9,381	9,386	9,391	9,397	9,402	9,407	9,413	9,418	9,423	9,429
89,	9,434	9,439	9,445	9,450	9,455	9,460	9,466	9,471	9,476	9,482
90,	9,487	9,492	9,497	9,503	9,508	9,513	9,518	9,524	9,529	9,534
91,	9,539	9,545	9,550	9,555	9,560	9,566	9,571	9,576	9,581	9,586
92,	9,592	9,597	9,602	9,607	9,612	9,618	9,623	9,628	9,633	9,638
93,	9,644	9,649	9,654	9,659	9,664	9,670	9,675	9,680	9,685	9,690
94,	9,695	9,701	9,706	9,711	9,716	9,721	9,726	9,731	9,737	9,742
95,	9,747	9,752	9,757	9,762	9,767	9,772	9,778	9,783	9,788	9,793
96,	9,798	9,803	9,808	9,813	9,818	9,823	9,829	9,834	9,839	9,844
97,	9,849	9,854	9,859	9,864	9,869	9,874	9,879	9,884	9,889	9,894
98,	9,899	9,905	9,910	9,915	9,920	9,925	9,930	9,935	9,940	9,945
99,	9,950	9,955	9,960	9,965	9,970	9,975	9,980	9,985	9,990	9,995
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9